

RESISTÊNCIA DOS MATERIAIS – AV2

Professor: Prof. Simas

Aluno(a): Gabarito

Matrícula: _____

Data: ____ / ____ / ____

Nota: _____ / 10,0

QUESTÃO 1 – 4,0 pontos

Uma viga prismática possui seção transversal retangular maciça, com largura

$$b = 80 \text{ mm}$$

e altura

$$h = 120 \text{ mm.}$$

Em determinada seção da viga atua uma força cortante de módulo

$$V = 24 \text{ kN.}$$

Considerando a distribuição das tensões de cisalhamento na seção transversal, determine:

- a) o momento de inércia de área I da seção transversal em relação ao eixo neutro horizontal; **(0,75 ponto)**
- b) o primeiro momento de área Q necessário para calcular a tensão de cisalhamento em um ponto localizado a **10 mm da linha neutra**; **(1,25 ponto)**
- c) a tensão de cisalhamento τ no ponto localizado a 10 mm da linha neutra; **(1,00 ponto)**
- d) a tensão de cisalhamento máxima $\tau_{\max}$ na seção transversal e sua localização. **(1,00 ponto)**

Apresente o desenvolvimento dos cálculos e indique as unidades utilizadas.

Formulário fornecido na prova

Momento de inércia de área da seção retangular

$$I = \frac{bh^3}{12}$$

Primeiro momento de área

$$Q = A'\bar{y}'$$

em que:

A' = área da parcela da seção acima ou abaixo do ponto analisado

$\bar{y}'$ = distância entre o centroide de A' e a linha neutra

Tensão de cisalhamento

$$\tau = \frac{VQ}{It}$$

em que:

V = força cortante na seção

I = momento de inércia da seção completa

Q = primeiro momento de área

t = largura da seção no ponto analisado

Para seção retangular:

$$t = b$$

Tensão de cisalhamento máxima na seção retangular

$$\tau_{\max} = \frac{3V}{2A}$$

com:

$$A = bh$$

Conversões úteis

$$1 \text{ kN} = 10^3 \text{ N}$$

$$1 \text{ MPa} = 1 \text{ N/mm}^2$$

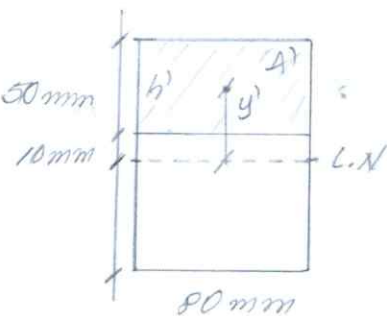
Gabarito

a - $I = \frac{bh^3}{12} = \frac{80(120)^3}{12} = 11,52 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$
(0,25) (0,25) (0,25)

b - Posição da linha neutra

$$LN = \frac{h}{2} = 60 \text{ mm}$$

Como o ponto está a 10 mm da linha neutra



$$h' = 60 - 10 = 50 \text{ mm} \quad (0,25)$$

$$A' = 80 \cdot 50 = 4 \text{ K mm}^2 \quad (0,25)$$

Centroide y'

$$y' = 10 + \frac{50}{2} = 35 \text{ mm} \quad (0,35)$$

$$Q = 4 \text{ K} \cdot 35 = 140 \text{ K mm}^3 \quad (0,40)$$

c - Tensão de cisalhamento

$$\tau = \frac{VQ}{It}$$

$$V = 24 \text{ KN}$$

$$Q = 140 \text{ K mm}^3$$

$$I = 11,52 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$t = b = 80 \text{ mm}$$

$$\tau_{(y=0)} = \frac{24 \cdot 10^3 \cdot 140 \cdot 10^3}{11,52 \cdot 10^6 \cdot 80} = 3,646 \text{ MPa} //$$

Gabarito

d- Tensão máxima

$$A = 80 \cdot 120 = 9600 \text{ mm}^2 \quad (0,25)$$

$$J_{\text{max}} = \frac{3V}{2A} = \frac{3 \cdot 24 \text{ K}}{2 \cdot 9600} = 3,75 \text{ MPa}$$

(0,25)

(0,25)

(0,25)

QUESTÃO 2 – CÍRCULO DE MOHR – 4,0 pontos

Em determinado ponto de um elemento estrutural, o estado plano de tensões é definido por:

$$\sigma_x = 70 \text{ MPa}, \sigma_y = 10 \text{ MPa}, \tau_{xy} = +40 \text{ MPa}$$

Considere a convenção de sinais adotada em aula, na qual as tensões normais de tração são positivas e o cisalhamento positivo apresenta tendência de rotação do elemento no sentido horário.

Para a construção do Círculo de Mohr, considere:

$$A = (\sigma_x, -\tau_{xy})$$

$$B = (\sigma_y, +\tau_{xy})$$

Utilizando a **folha quadriculada A4 fornecida**, construa graficamente o Círculo de Mohr e represente os elementos de tensão solicitados.

Escala obrigatória

$$1 \text{ quadrícula} = 10 \text{ MPa}$$

A construção deverá ser realizada com régua, compasso e transferidor. Todos os elementos geométricos utilizados na solução deverão permanecer visíveis.

a) Estado inicial de tensões – 0,50 ponto

Desenhe o elemento infinitesimal em sua posição original, representando corretamente:

$$\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}.$$

Indique os valores das tensões e represente corretamente o sentido das setas nas quatro faces do elemento.

b) Construção do Círculo de Mohr – 1,25 ponto

Na folha quadriculada:

1. trace e identifique os eixos σ e τ ;
2. marque os pontos A e B ;
3. determine e marque o centro C ;
4. trace o segmento $\overline{AB}$;

5. determine o raio R ;
6. trace o Círculo de Mohr com o compasso.

A construção deverá respeitar obrigatoriamente a escala: **1 quadrícula = 10 MPa**.

c) Tensões principais, cisalhamento máximo e orientação — 1,00 ponto

A partir do Círculo de Mohr construído, determine **graficamente**:

$$\sigma_1, \sigma_2, \tau_{\max}$$

Em seguida, utilizando o transferidor:

1. meça no Círculo de Mohr o ângulo $2\theta_p$, entre o ponto A e o ponto correspondente a σ_1 ;
2. determine o ângulo real de rotação do elemento:

$$\theta_p = \frac{2\theta_p}{2};$$

indique o sentido da rotação necessária para levar o elemento original à posição dos planos principais.

O material da disciplina utiliza precisamente essa correspondência: o ângulo medido no círculo é $2\theta_p$, enquanto o elemento real gira θ_p ; na convenção do exemplo desenvolvido em aula, a passagem de A para σ_1 e a rotação física correspondente são interpretadas no mesmo sentido.

d) Representação dos elementos transformados — 1,25 ponto

Desenhe, na folha quadriculada:

I — Elemento nas direções principais

Represente o elemento devidamente girado de θ_p em relação à posição original e indique:

$$\sigma_1, \sigma_2, \tau = 0.$$

As setas deverão representar corretamente a natureza de cada tensão normal, distinguindo tração e compressão.

II — Elemento na posição de cisalhamento máximo

Represente uma das orientações de cisalhamento máximo e indique:

$$\tau_{\max}$$

e a tensão normal associada:

$$\sigma_m.$$

Indique também o ângulo de rotação do elemento em relação à posição original. Os planos de cisalhamento máximo estão a 45° dos planos principais no elemento real, como adotado no material da disciplina.

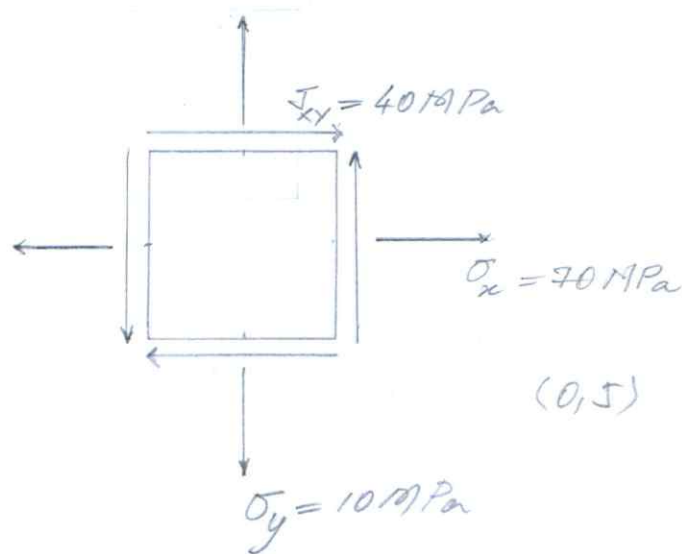
Gabarito

2)

Desenhando o elemento.

σ_x e σ_y tração

$\tau_{xy} (+)$



b- Construção do círculo

Ponto $A = (70, -40) \text{ MPa}$
 $B = (10, 40) \text{ MPa}$

Centro $C = \left(\frac{70+10}{2}, 0 \right)$
 $C = (40, 0) \text{ MPa}$

Raio

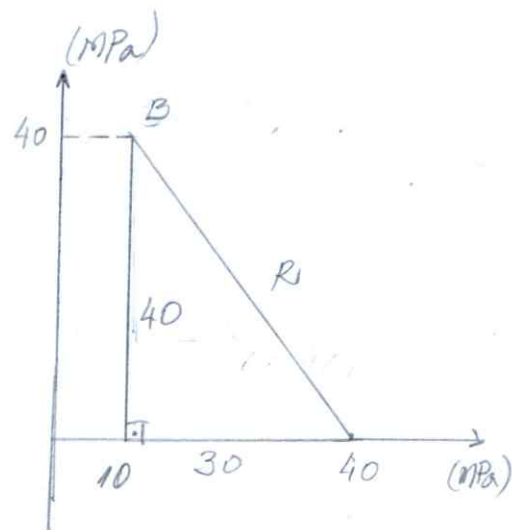
$$R = \sqrt{(70-40)^2 + 40^2}$$

$$R = \sqrt{30^2 + 40^2}$$

$$R = 50 \text{ MPa}$$

Outra solução:

$$\frac{5}{3} \triangle 4 \text{ Logo } R = 50$$



Gabarito

2-

Tensões principais

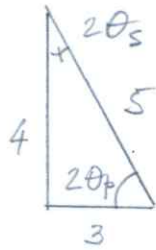
$$\sigma_1 = C + R \quad \sigma_2 = C - R$$

$$\sigma_1 = 40 + 50 \quad \sigma_2 = 40 - 50$$

$$\sigma_1 = 90 \text{ MPa} \quad \sigma_2 = -10 \text{ MPa}$$

$$\sigma_1 \text{ tração (+)} \quad \sigma_2 \text{ compressão (-)}$$

Ângulo



$$\tan(2\theta_p) = \frac{4}{3} \quad 2\theta_s = 90 - 2\theta_p$$

$$2\theta_p = 53,1^\circ$$

$$2\theta_s = 36,9^\circ$$

$$\theta_s = 18,4^\circ (-)$$

$$\theta_p = 26,6^\circ$$

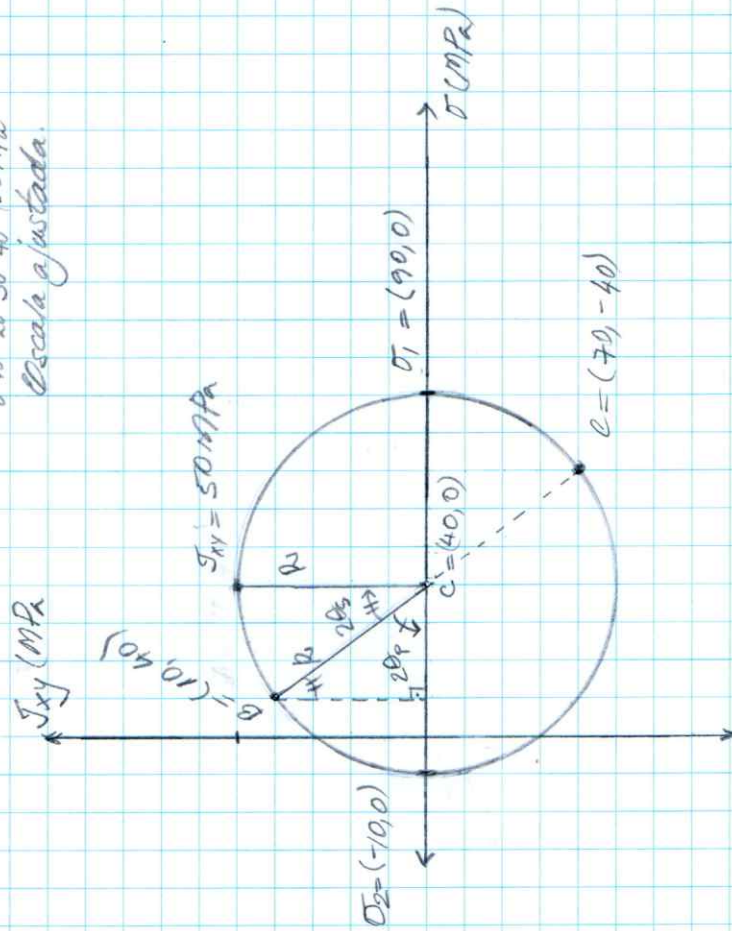
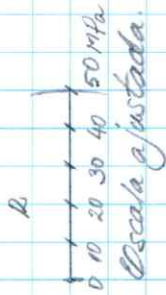
Sentido anti-horário

(+)

$$\sigma_{\max} = R = 50 \text{ MPa}$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} = \frac{90 - 10}{2} = 40 \text{ MPa}$$

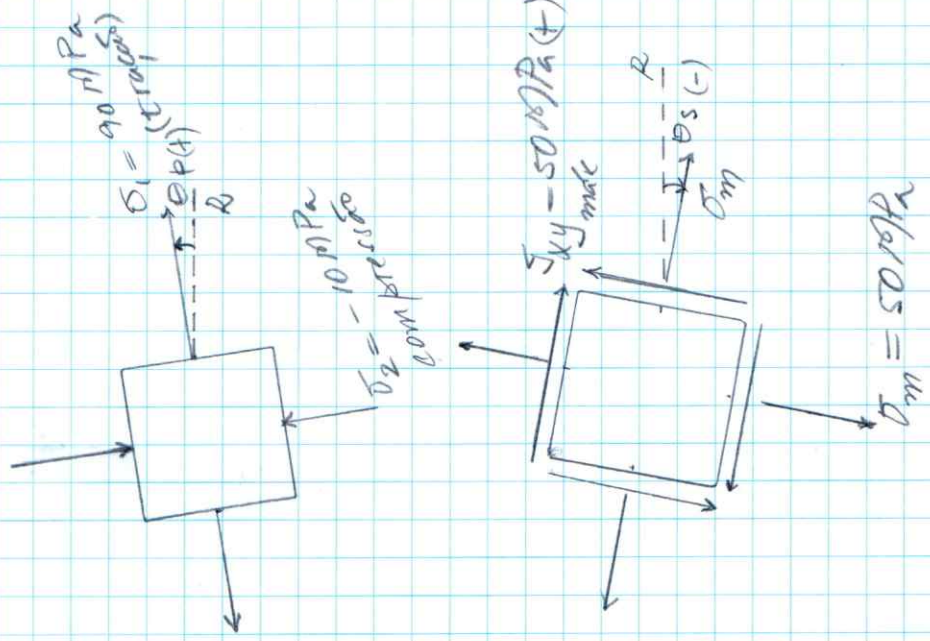
Escala adotada da quadrícula 10 MPa



$$\begin{cases} \theta_p = 26,6^\circ (+) \rightarrow \text{anti-horário} \\ \theta_s = 18,4^\circ (-) \rightarrow \text{horário} \end{cases}$$

*Gabarito

• Desenho do elemento:



QUESTÃO – Verdadeiro ou Falso – 2,0 pontos

Julgue as afirmações a seguir como Verdadeiras (V) ou Falsas (F). Cada item vale 0,40 ponto.

1. (V) O momento torçor atua em torno do eixo longitudinal da peça e, em um eixo circular, produz tensões de cisalhamento na seção transversal.
2. (V) O momento fletor provoca tensões normais de tração e compressão, sendo a tensão normal de flexão nula na linha neutra e máxima, em módulo, nas fibras mais afastadas dela.
3. (F) Para uma barra cujo eixo longitudinal coincide com o eixo x , a componente M_x representa momento fletor, enquanto as componentes M_y e M_z representam momentos torçores.
4. (F) Em um eixo circular submetido à torção, a tensão de cisalhamento é máxima no centro da seção e diminui progressivamente até se anular na superfície externa.
5. (V) Dois elementos submetidos a momentos de mesmo módulo, sendo um momento fletor e o outro momento torçor, não apresentam necessariamente tensões máximas de mesmo valor, pois os mecanismos resistentes e as propriedades geométricas utilizadas na análise da flexão e da torção são distintos.