

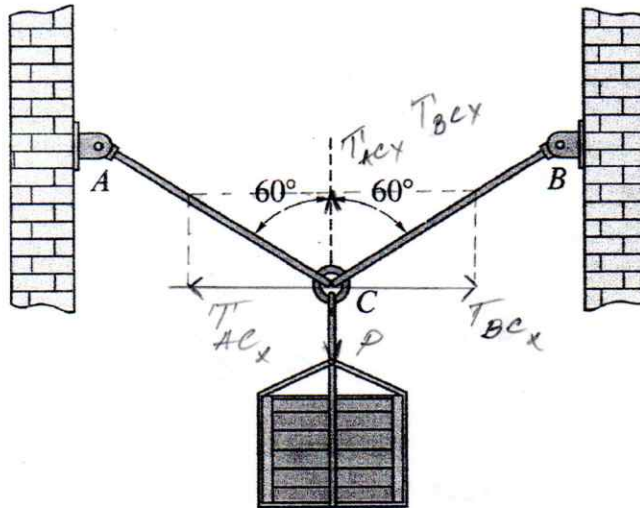
Avaliação - Resistência dos Materiais

Aluno(a):	Matrícula:	Data:	Nota:

Instruções. Apresente o roteiro técnico e a memória de cálculo. Indique unidades em todas as etapas. Considere $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ e $E = 200 \text{ GPa}$ para o aço quando o módulo de elasticidade não for informado. Despreze peso próprio, exceto quando houver massa indicada.

Questão 1 - Hastes inclinadas sustentando uma massa (1,0 ponto)

Duas hastes circulares AC e BC sustentam uma massa de 200 kg no ponto C. As hastes são simétricas e formam 60° com a vertical. Para o material das hastes, a tensão normal média admissível é 150 MPa. Determine o diâmetro mínimo exigido para cada haste, arredondando para cima ao milímetro.



v. cálculo do peso da massa suspensa.

$$P = mg$$

$$P = 200 \cdot 9,81$$

$$P = 1962 \text{ N}$$

ii. Equilíbrio no ponto c

No ponto c atuam 3 forças principais

$$T_{Ac}; T_{Bc} \text{ e } P$$

Como o sistema é simétrico

$$T_{Ac_x} = T_{Bc_x} = T$$

$$+\uparrow \sum F_y = 0$$

$$2T \cos 60^\circ - P = 0$$

$$T = \frac{P}{2 \cos 60^\circ} = \frac{1962}{2 \cdot (\frac{1}{2})} = 1962 \text{ N}$$

Logo $N = T = 1962 \text{ N}$

iii. Dimensionamento da área mínima

$$\sigma_{adm} = \frac{N}{A_{mín}}$$

$$A_{mín} \geq \frac{1962}{150} \geq 13,08 \text{ mm}^2$$

iv. Diâmetro mínimo

$$\frac{\pi d^2}{4} \geq 13,08 \text{ mm}^2$$

$$d^2 \geq \frac{13,08 \cdot 4}{\pi}$$

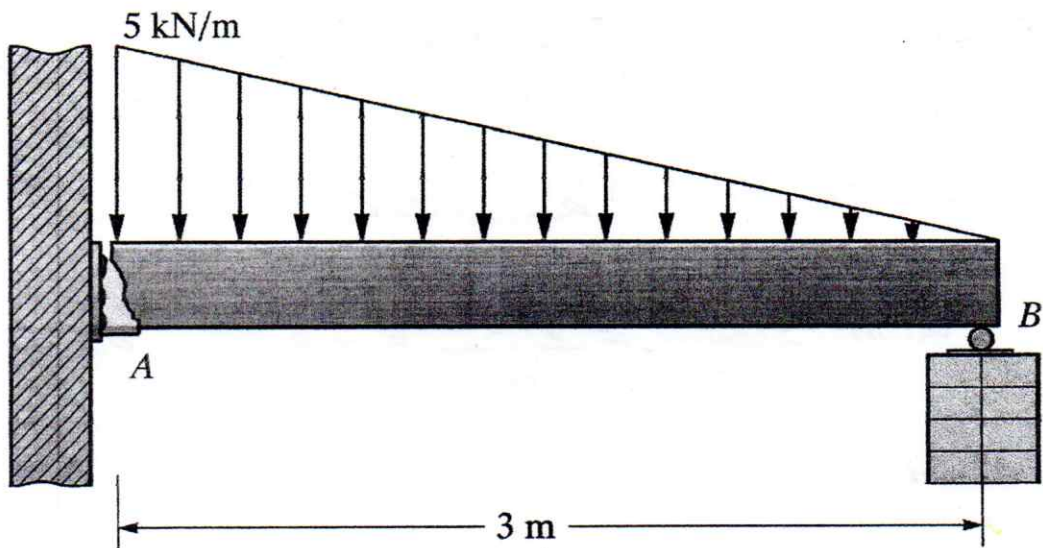
$$d \geq \sqrt{\frac{52,32}{3,1416}}$$

$$d \geq 4,08 \text{ mm}$$

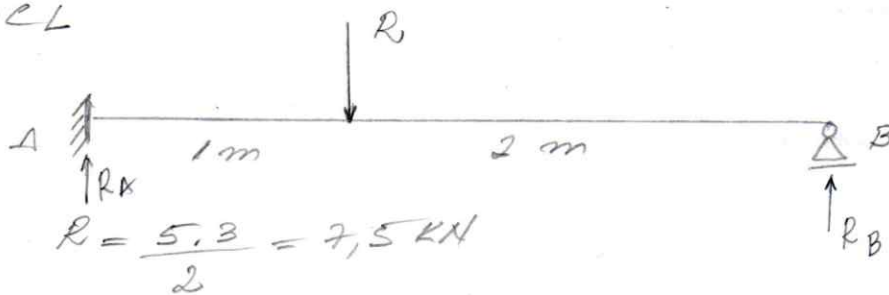
$$d = 5 \text{ mm}$$

Questão 2 - Pregos submetidos a cisalhamento (1,5 ponto)

Seis pregos fixam a viga em A contra a coluna. A viga é apoiada em B e recebe carregamento distribuído triangular, com intensidade máxima de 5 kN/m em A e intensidade nula em B, ao longo de 3 m. Determine o diâmetro mínimo de cada prego, com aproximação de 1 mm, sabendo que a tensão de ruptura por cisalhamento do material é $\tau_{rup} = 112 \text{ MPa}$ e que deve ser usado F.S. = 2.



i. DCL



$$R = \frac{5 \cdot 3}{2} = 7,5 \text{ kN}$$

Atuando a $\frac{1}{3}$ de A e $\frac{2}{3}$ de B

ii. Cálculo das reações de apoio

$$\sum M = 0$$

$$R_B \cdot 3 - 7,5 \cdot 1 = 0$$

$$3R_B = 7,5$$

$$R_B = 2,5 \text{ kN}$$

$$\uparrow + \sum F_y = 0$$

$$R_A + 2,5 - 7,5 = 0$$

$$R_A = \underline{\underline{5 \text{ kN}}}$$

iii. Força cortante nos prego

$$V_{\text{prego}} = \frac{R_A}{n} = \frac{5}{6} = 0,833 \text{ kN} \text{ ou } 833,3 \text{ N}$$

iv. Cálculo da tensão admissível

$$\tau_{\text{adm}} = \frac{\tau_{\text{rupt}}}{F.S.} = \frac{112}{2} = 56 \text{ MPa ou } 56 \text{ N/mm}^2$$

v. Área mínima

$$A_{\text{mín}} = \frac{V_{\text{prego}}}{\tau_{\text{adm}}} = \frac{833,3}{56} = 14,88 \text{ mm}^2$$

vi. Diâmetro mínimo

$$A = \frac{\pi d^2}{4}$$

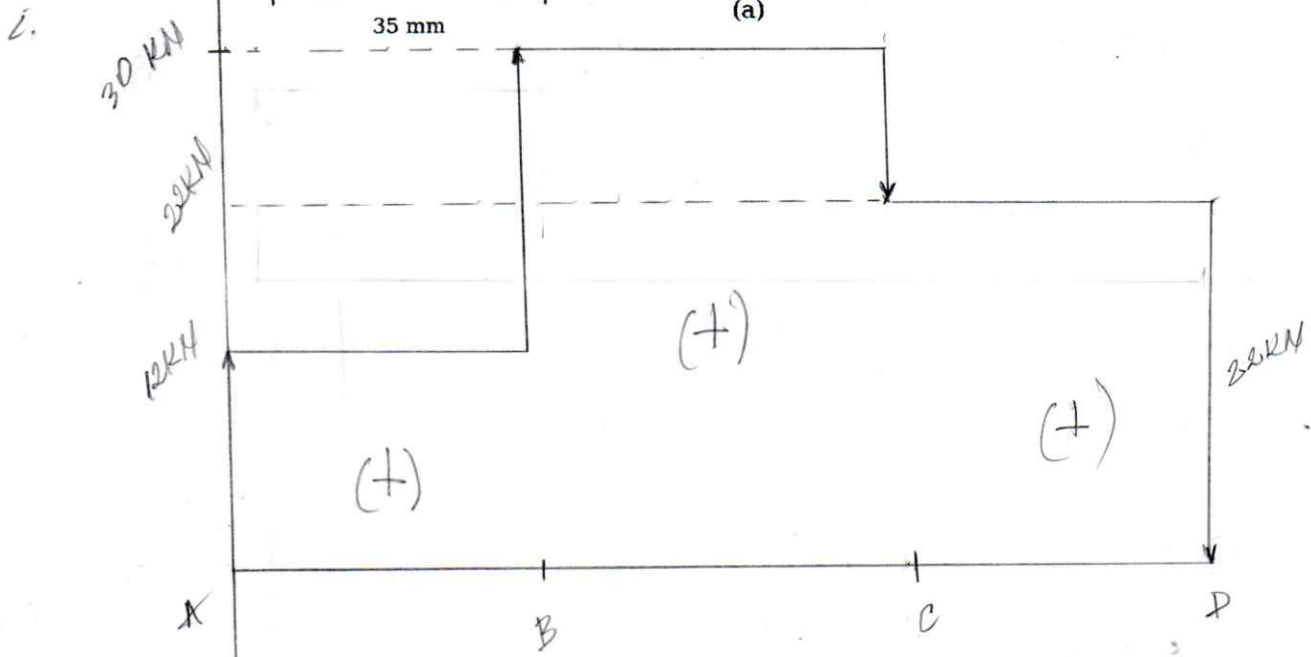
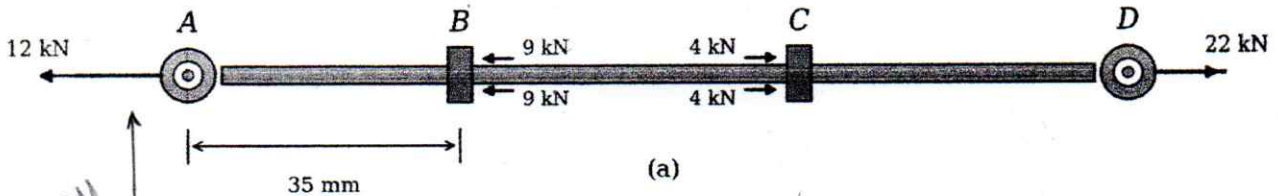
$$d = \sqrt{\frac{4 \cdot 14,88}{3,1416}}$$

$$d = 4,35 \text{ mm}$$

$$d_{\text{mín}} = 5 \text{ mm}$$

Questão 3 - Tensão normal média máxima em barra axial (1,0 ponto)

Uma barra prismática de seção retangular constante, com largura de 35 mm e espessura de 10 mm, está submetida ao carregamento axial mostrado. Determine a tensão normal média máxima na barra e indique em qual trecho ela ocorre.



$\overline{AB} = 12 \text{ kN (tração)}$

$\overline{BC} = 30 \text{ kN (tração)}$

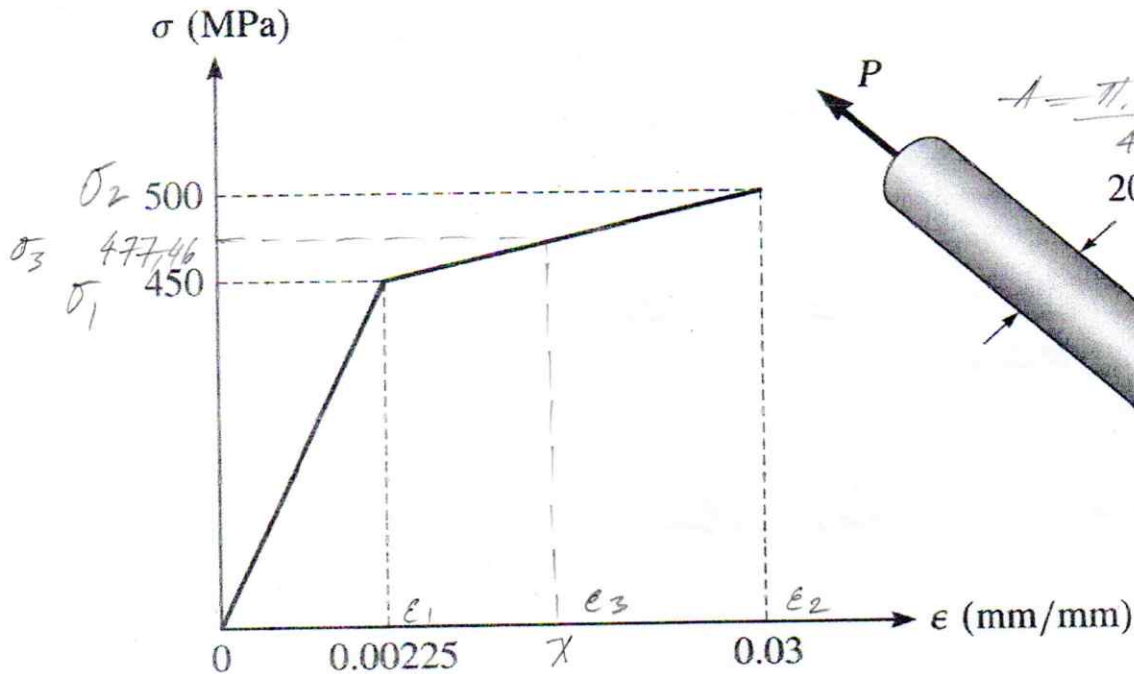
$\overline{CD} = 22 \text{ kN (tração)}$

ii) A maior tensão normal média ocorre no trecho \overline{BC}

$$\sigma_{\overline{BC}} = \frac{30000}{350} = 85,71 \text{ MPa}$$

Questão 4 - Alongamento permanente após carregamento (1,5 ponto)

Um corpo de prova cilíndrico possui comprimento inicial $L_0 = 50$ mm e diâmetro $d = 20$ mm. O material obedece ao diagrama tensão-deformação simplificado mostrado. Uma carga axial $P = 150$ kN é aplicada e, em seguida, totalmente retirada. Determine o alongamento permanente do corpo de prova.



i. Determinar a tensão no corpo de prova

$$\sigma = \frac{N}{A} = \frac{150.000 \text{ N}}{314,16 \text{ mm}^2} = 477,46 \text{ MPa}$$

ii. Determinar E

$$\sigma = E \cdot \epsilon$$

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{450 \text{ MPa}}{0,00225} = 200.000 \text{ MPa} \text{ ou } 200 \text{ GPa}$$

iii. Encontrar a deformação máxima

$$\sigma_1 - \sigma_2 = 50$$

$$\sigma_3 - \sigma_1 = 27,46$$

$$\frac{\sigma_3 - \sigma_1}{\sigma_1 - \sigma_2} = \frac{27,46}{50} = 0,5492$$

$$e_2 - e_1 = 0,02775$$

$$\chi = 0,5492$$

$$e_3 - e_1 = \chi$$

$$e_2 - e_1$$

$$\chi = 0,02775 \cdot 0,5492$$

$$\chi = 0,01524$$

$$e_3 - 0,00225 = 0,01524$$

$$e_3 = 0,01749$$

iv. Encontrando a deformação elástica

$$\sigma = E e$$

$$e = \frac{477,46}{200000} = 0,002387$$

v. A deformação permanente

$$e_{\text{TOTAL}} = e_R + e_P$$

$$0,01749 = 0,002387 + e_P$$

$$e_P = 0,01510$$

vi. Calculando alongamento

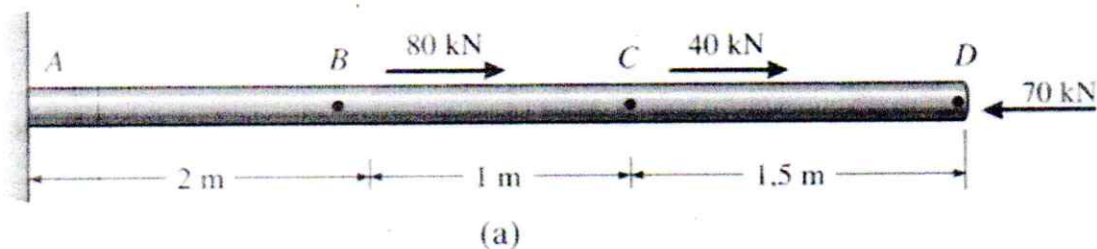
$$\Delta L_p = e_P L_0$$

$$\Delta L_p = 0,01510 \cdot 50$$

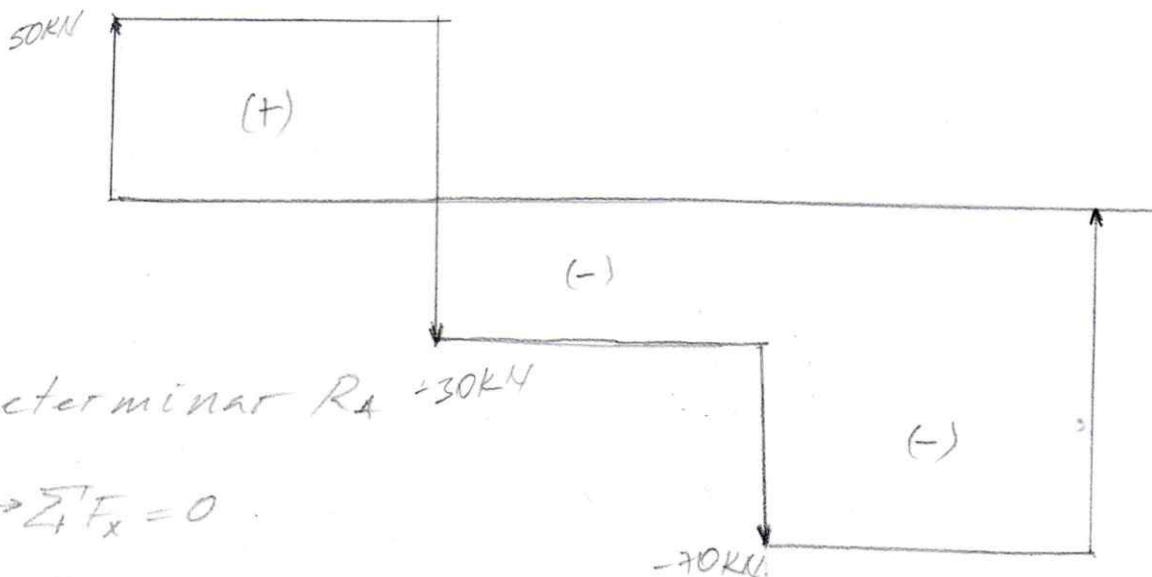
$$\Delta L_p = 0,755 \text{ mm}$$

Questão 5 - Deslocamentos em barra escalonada por carregamento axial (1,5 ponto)

A barra uniforme de aço A-36 possui diâmetro de 50 mm e está engastada em A. Sob o carregamento axial mostrado, determine: (a) o deslocamento da extremidade D; e (b) o deslocamento do ponto B em relação ao ponto C. (c) O gráfico do esforço Normal Use $E = 200 \text{ GPa}$.



$$A = \frac{\pi \cdot 0,05^2}{4} = 1,9635 \cdot 10^{-3}$$



i. Determinar $R_A = 30 \text{ kN}$

$$\rightarrow \sum F_x = 0$$

$$R_A + 80 + 40 - 70 = 0$$

$$R_A = -50 \text{ kN}$$

ii. Deslocamento de D

$$\delta_D = \sum \frac{N_i L_i}{AE} = \frac{50 \cdot 2 - 30 \cdot 1 - 70 \cdot 1,5}{1,9635 \cdot 10^{-3} \cdot 200 \cdot 10^9} = -8,913 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

$$\delta_D = -0,089 \text{ mm}$$

$$\delta_{C/B} = \frac{-30.1}{392699} = -7,639 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

$$\delta_{C/B} = -0,0764 \text{ mm}$$

Logo a barra encurta e B aproxima de C

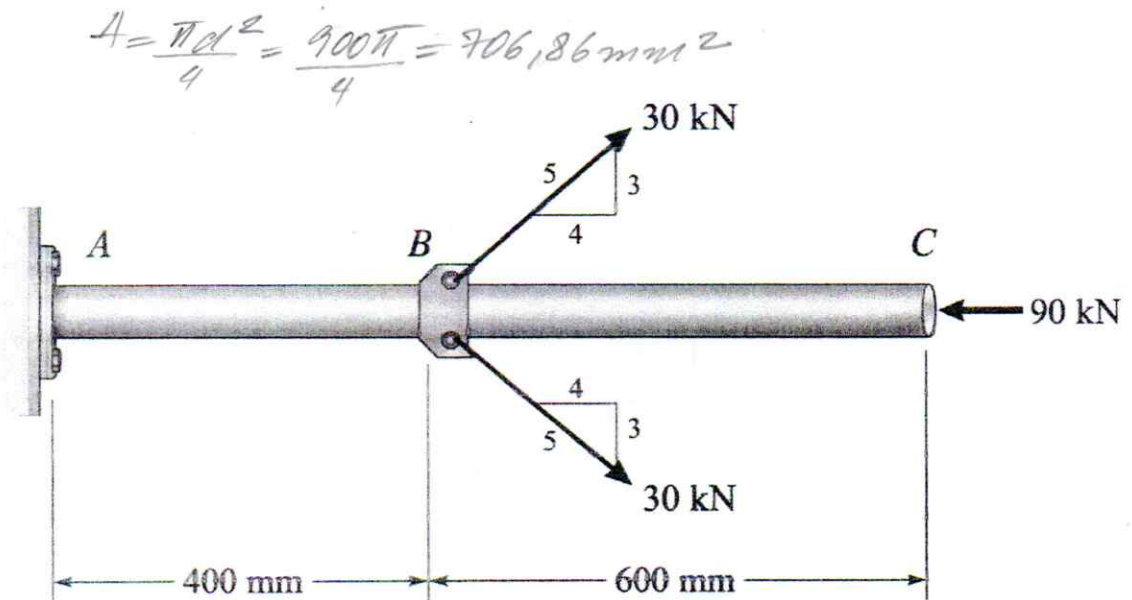
Como $\mu_C - \mu_B = -0,0764$

$$\mu_B - \mu_C = 0,0764$$

$$\delta_{B/C} = 0,0764 \text{ mm}$$

Questão 6 - Deslocamento de extremidade em haste A992 (1,0 ponto)

A haste de aço A992 possui diâmetro de 30 mm, está engastada em A e é submetida ao carregamento mostrado. As forças inclinadas de 30 kN seguem a proporção geométrica 3-4-5. Determine o deslocamento da extremidade C. Use $E = 200 \text{ GPa}$.



i. Determinar as componentes horizontais

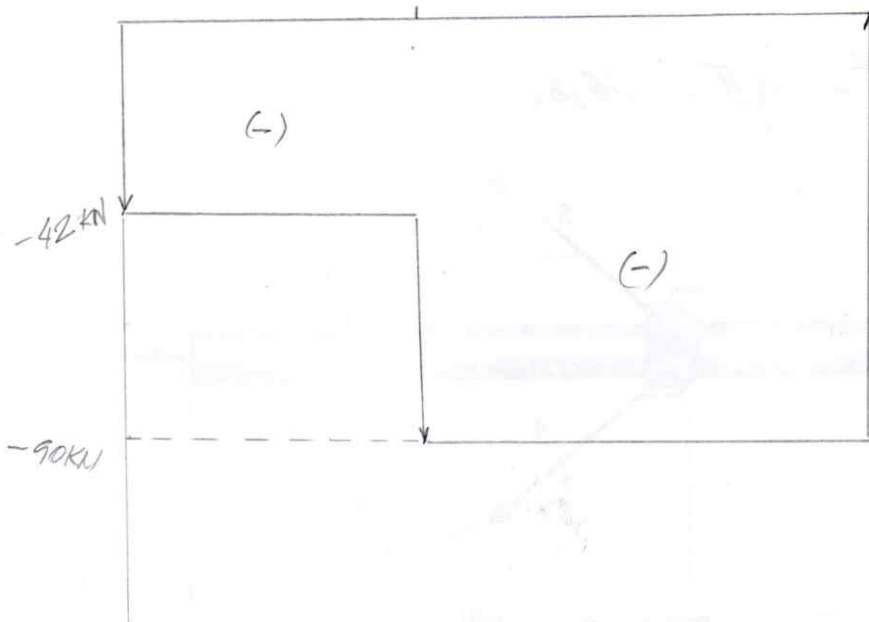
$$\frac{B_x}{4} = \frac{30}{5}$$
$$B_x = 24 \text{ kN}$$

ii. Reações

$$\rightarrow \sum F_x = 0$$

$$R_A + 48 - 90 = 0$$

$$R_A = 42 \text{ kN}$$



iii. Deslocamento de e

$$S_e = \sum \frac{N_i L_i}{AE} = \frac{-42000 \cdot 400 - 90000 \cdot 600}{706,86 \cdot 200000}$$

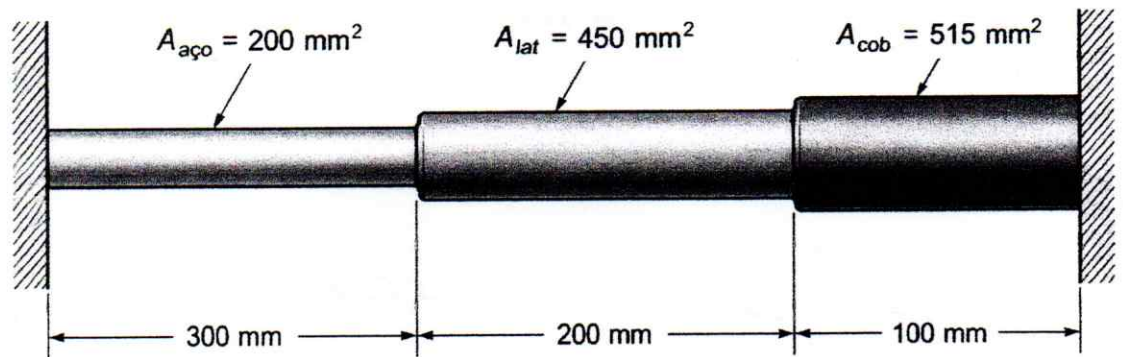
$$S_e = -0,5007 \text{ mm}$$

Se desloca para a esquerda.

Questão 7 - Tensão térmica em barras entre apoios rígidos (1,5 ponto)

Três barras de materiais diferentes estão conectadas em série e presas entre dois apoios rígidos. A temperatura inicial é $T_1 = 12\text{ }^\circ\text{C}$ e passa para $T_2 = 18\text{ }^\circ\text{C}$. Dados: aço, $E = 200\text{ GPa}$ e $\alpha = 12 \cdot 10^{-6}/^\circ\text{C}$; latão, $E = 100\text{ GPa}$ e $\alpha = 21 \cdot 10^{-6}/^\circ\text{C}$; cobre, $E = 120\text{ GPa}$ e $\alpha = 17 \cdot 10^{-6}/^\circ\text{C}$. Com as áreas indicadas na figura, determine a força exercida sobre os apoios rígidos após a variação de temperatura.

Aço	Latão	Cobre
$E_{\text{aço}} = 200\text{ GPa}$	$E_{\text{lat}} = 100\text{ GPa}$	$E_{\text{cob}} = 120\text{ GPa}$
$\alpha_{\text{aço}} = 12(10^{-6})/^\circ\text{C}$	$\alpha_{\text{lat}} = 21(10^{-6})/^\circ\text{C}$	$\alpha_{\text{cob}} = 17(10^{-6})/^\circ\text{C}$



1. Condição de compatibilidade

$$\sum \delta \pi = \sum \delta P$$

$$\sum k_i \Delta T L_i = - \sum \frac{P L_i}{A_i E_i}$$

$$P = \frac{\sum k_i \Delta T L_i}{\sum \frac{L_i}{A_i E_i}}$$

ii. Dilatações térmica

$$\text{Aço: } \delta_{T_{\text{aço}}} = 12 \cdot 10^{-6} \cdot 30 \cdot 300 = 0,108 \text{ mm}$$

$$\text{Latão: } \delta_{T_{\text{latão}}} = 21 \cdot 10^{-6} \cdot 30 \cdot 200 = 0,126 \text{ mm}$$

$$\text{Cobre: } \delta_{T_{\text{cobre}}} = 17 \cdot 10^{-6} \cdot 30 \cdot 100 = 0,051 \text{ mm}$$

$$\sum \delta_T = 0,285 \text{ mm}$$

iii. Deformações mecânicas

$$\delta_p = \frac{PL}{AE}$$

$$\text{Aço: } \delta_p = \frac{300P}{490 \cdot 200 \cdot 200000} = P \cdot 7,50 \cdot 10^{-6} \text{ mm}$$

$$\text{Latão: } \delta_p = \frac{200P}{450 \cdot 100000} = P \cdot 4,44 \cdot 10^{-6} \text{ mm}$$

$$\text{Cobre: } \delta_p = \frac{100P}{515 \cdot 120000} = P \cdot 1,62 \cdot 10^{-6} \text{ mm}$$

$$\sum \frac{PL_i}{A_i E_i} = P \cdot 1,356 \cdot 10^{-5}$$

iv. Determinando P (Força no apoio)

$$P = \frac{0,285}{1,356 \cdot 10^{-5}}$$

$$\boxed{P = 21,01 \text{ kN}}$$

$$N = -21,01 \text{ kN}$$

* Como a barra dilata os apoios comprimem a barra.