PLANO DE AULAS — RESISTÊNCIA DOS MATERIAIS

Professor: Prof. Dr. Alexandre Simas de Medeiros
Instituição: Universidade Federal de Mato Grosso — UFMT
Disciplina: Resistência dos Materiais
Carga Horária Total: 64 horas

Distribuição da carga horária:

• **Aulas presenciais/síncronas:** 32 horas
8 aulas de 4 horas cada.

• **Atividades complementares/exercícios:** 32 horas
Atividades orientadas, listas de exercícios e estudos dirigidos vinculados ao conteúdo das aulas.

Ementa:
Conceito de Tensão; Tensão e Deformação — Carregamento Axial; Torção; Flexão Pura; Carregamento Transversal; Análise das Tensões e Deformações; Deflexão das Vigas por Integração; Flambagem de Colunas.

Recorte deste plano:
O presente plano contempla as **Aulas 1, 2, 3 e 4**, correspondentes ao primeiro bloco da disciplina, desenvolvido até a **AV1**.

As **Aulas 5, 6, 7 e 8**, correspondentes ao segundo bloco da disciplina, desenvolvido até a **AV2**.

A AV1 será composta por atividades complementares e prova objetiva. As atividades complementares das Aulas 1 a 4 valerão **4,0 pontos**, e a prova objetiva valerá **6,0 pontos**, totalizando **10,0 pontos**. A prova objetiva será composta por **20 questões**, cada uma valendo **0,30 ponto**.

A AV2 será composta por atividades complementares e prova objetiva. As atividades complementares das Aulas 1 a 4 valerão **4,0 pontos**, e a prova objetiva valerá **6,0 pontos**, totalizando **10,0 pontos**. A prova objetiva será composta por **20 questões**, cada uma valendo **0,30 ponto**. Além dessas atividades, haverá uma atividade extra contemplando 1 ponto para AV2.

Cronograma — Primeira Parte da Disciplina

Disciplina: Resistência dos Materiais
Professor: Prof. Dr. Alexandre Simas de Medeiros — UFMT
Período: 04/05/2026 a 05/06/2026
Bloco: Aulas 1 a 4 + AV1
Carga horária por aula: 8 horas
• 4 horas presenciais/síncronas
• 4 horas de atividade complementar

Cronograma

Atividade	Conteúdo	Disponibilização	Entrega	Valor
Atividade Complementar 1	Aula 1 — Introdução e conceito de tensão	Aula 1	Aula 2	1,0 ponto
Atividade Complementar 2	Aula 2 — Carregamento axial e cisalhamento simples	Aula 2	Aula 3	1,0 ponto
Atividade Complementar 3	Aula 3 — Vetores em 3D, momento torçor e momento fletor	Aula 3	Aula 4	1,0 ponto
Atividade Complementar 4	Aula 4 — Torção em eixos circulares	Aula 4	Dia da AV1	1,0 ponto
Total				4,0 pontos

Semana 1 (04/05/2026 - 08/05/2026)

Aula 1: Apresentação da disciplina, cronograma e introdução à resistência dos materiais.

Disciplina: Resistência dos Materiais
Aula: 1
Data: 04/05/2026
Carga horária total: 8 horas
Aula presencial: 4 horas
Atividade complementar: 4 horas
Tema: Introdução à Resistência dos Materiais e Conceito de Tensão

1. Objetivo geral

Apresentar a Resistência dos Materiais como o estudo do comportamento de corpos deformáveis submetidos a carregamentos, introduzindo o conceito de tensão como força interna distribuída em uma área, com revisão matemática básica necessária para a compreensão inicial da disciplina.

2. Objetivos específicos

Ao final da Aula 1, espera-se que o discente seja capaz de:

1. Compreender o papel da Resistência dos Materiais na Engenharia.
2. Diferenciar Estática e Resistência dos Materiais.
3. Distinguir corpo rígido de corpo deformável.
4. Reconhecer que uma estrutura pode estar em equilíbrio e, ainda assim, romper ou deformar excessivamente.
5. Compreender intuitivamente o conceito de tensão como força distribuída em uma área.
6. Diferenciar conceitualmente força, área resistente e tensão.
7. Identificar situações simples de tração, compressão e cisalhamento.
8. Reconhecer as principais unidades utilizadas em Resistência dos Materiais: N, kN, m, mm, m^2, mm^2, Pa e MPa.
9. Compreender a importância da área da seção transversal no cálculo de tensões.
10. Revisar conceitos básicos de círculo trigonométrico, triângulos retângulos, sistemas lineares e Regra de Cramer.
11. Classificar sistemas lineares como possíveis determinados, possíveis indeterminados ou impossíveis.
12. Compreender que sistemas lineares aparecem em problemas de engenharia, especialmente em equilíbrio e determinação de incógnitas.

3. Organização geral da Aula 1 — 8 horas

Etapa	Atividade	Tempo
1	Aula presencial: revisão matemática aplicada	1 h
2	Aula presencial: introdução à Resistência dos Materiais e conceito de tensão	3 h
3	Atividade complementar conceitual	4 h
Total		**8 h**

4. Aula presencial — 4 horas

Parte 1 — Revisão matemática aplicada — 1 hora

Conteúdo	Tempo
Sistema Internacional de unidades: N, kN, m, mm, m², mm², Pa e MPa	10 min
Conversões básicas de unidades aplicadas à Resistência dos Materiais	10 min
Área de figuras planas simples: retângulo, círculo e seção anular	10 min
Círculo trigonométrico: ângulos, quadrantes e sinais de seno, cosseno e tangente	10 min
Trigonometria aplicada a triângulos retângulos: seno, cosseno, tangente e Teorema de Pitágoras	10 min
Sistemas lineares, classificação dos sistemas e introdução à Regra de Cramer	10 min
Total	**1 h**

Nesta primeira parte, a revisão matemática deve ser objetiva. O foco não é desenvolver uma aula completa de Matemática, mas recuperar ferramentas que serão usadas ao longo da disciplina.

Parte 2 — Introdução à Resistência dos Materiais — 3 horas

Conteúdo	Tempo
Apresentação da disciplina: o que é Resistência dos Materiais e por que ela é importante	20 min
Diferença entre Estática e Resistência dos Materiais	25 min
Corpo rígido e corpo deformável	20 min
Equilíbrio, resistência e deformação: por que uma peça pode estar em equilíbrio e romper	25 min
Conceito intuitivo de tensão: força distribuída em uma área	30 min
Diferença conceitual entre força, área resistente e tensão	20 min
Tração e compressão: interpretação física e exemplos práticos	25 min
Cisalhamento: interpretação física e exemplos práticos	20 min
Área resistente e influência da geometria da seção	20 min
Síntese da aula e conexão com a próxima aula	15 min
Total	**3 h**

5. Atividade complementar — 4 horas

Título: Fundamentos conceituais da Resistência dos Materiais
Carga horária: 4 horas
Número de questões: 30
Tempo médio por questão: 8 minutos
Total: 30 × 8 min = 240 min = 4 horas

Distribuição da atividade complementar

Bloco	Tema	Nº de questões	Tempo estimado
1	O que é Resistência dos Materiais	4	32 min
2	Estática x Resistência dos Materiais	4	32 min
3	Corpo rígido x corpo deformável	3	24 min
4	Conceito intuitivo de tensão	5	40 min
5	Tração, compressão e cisalhamento	5	40 min
6	Unidades e grandezas fundamentais	3	24 min
7	Área resistente e geometria da seção	3	24 min
8	Sistemas lineares e Regra de Cramer — conceitual	3	24 min
Total		**30 questões**	**240 min / 4 h**

6. Lista de exercícios conceituais — Aula 1

Bloco 1 — O que é Resistência dos Materiais

1. Explique, com suas palavras, o que estuda a Resistência dos Materiais.
2. Por que a Resistência dos Materiais é importante para a Engenharia?
3. Cite três exemplos de elementos estruturais ou mecânicos que podem ser estudados em Resistência dos Materiais.
4. Uma peça pode estar em equilíbrio e, mesmo assim, romper? Justifique conceitualmente.

Bloco 2 — Estática x Resistência dos Materiais

5. Qual é o foco principal da Estática?
6. Qual é o foco principal da Resistência dos Materiais?
7. Explique a diferença entre perguntar "a estrutura está em equilíbrio?" e perguntar "a estrutura resiste ao carregamento?".
8. Explique a afirmação: "A Estática é necessária, mas não suficiente, para verificar a segurança de uma peça."

Bloco 3 — Corpo rígido x corpo deformável

9. O que significa considerar um corpo como rígido?
10. O que significa considerar um corpo como deformável?
11. Por que, em Resistência dos Materiais, a deformação do corpo passa a ter importância?

Bloco 4 — Conceito intuitivo de tensão

12. Explique o conceito de tensão usando a ideia de “força distribuída em uma área”.
13. Qual é a diferença conceitual entre força e tensão?
14. Duas barras recebem a mesma força de tração. Uma tem seção transversal maior e outra tem seção transversal menor. Em qual delas a tensão tende a ser maior? Justifique.
15. Por que uma força relativamente pequena pode ser perigosa quando aplicada em uma área muito pequena?
16. O que significa dizer que uma tensão é “média” em uma seção?

Bloco 5 — Tração, compressão e cisalhamento

17. Explique o que é tração.
18. Cite dois exemplos práticos de elementos submetidos à tração.
19. Explique o que é compressão.
20. Cite dois exemplos práticos de elementos submetidos à compressão.
21. Explique o que é cisalhamento usando uma analogia simples.

Bloco 6 — Unidades e grandezas fundamentais

22. No Sistema Internacional, qual é a unidade de força?
23. No Sistema Internacional, qual é a unidade de tensão?
24. Por que, em Resistência dos Materiais, é comum usar MPa em vez de Pa?

Bloco 7 — Área resistente e geometria da seção

25. O que é a área resistente de uma seção?
26. Por que a área da seção transversal influencia o valor da tensão?
27. Por que furos, entalhes ou reduções de seção podem aumentar o risco de falha?

Bloco 8 — Sistemas lineares e Regra de Cramer — abordagem conceitual

28. O que é um sistema linear?
29. O que significa dizer que um sistema é possível determinado, possível indeterminado ou impossível?
30. Para que serve a Regra de Cramer e por que ela pode aparecer em problemas de engenharia?

Semana 2 (11/05/2026 - 15/05/2026)

Plano de Aula — Aula 2

Disciplina: Resistência dos Materiais
Aula: 2
Tema: Carregamento axial e cisalhamento simples: esforço normal, esforço cortante e tensões médias
Carga horária total: 8 horas
Aula presencial: 4 horas
Atividade complementar: 4 horas

1. Objetivo geral

Desenvolver a análise inicial de elementos submetidos a forças internas simples, introduzindo a decomposição de forças em 2D, o equilíbrio translacional, o esforço normal, o esforço cortante, a tensão normal média, a tensão cisalhante média e a deformação axial no regime elástico linear.

2. Objetivos específicos

Ao final da Aula 2, espera-se que o discente seja capaz de:

1. Decompor forças inclinadas em componentes horizontais e verticais.
2. Aplicar seno, cosseno e tangente em problemas simples de forças no plano.
3. Aplicar equilíbrio translacional por meio de:

$$\sum F_x = 0$$
$$\sum F_y = 0$$

4. Diferenciar força externa, reação e força interna.
5. Identificar o esforço normal Nem barras submetidas à tração ou compressão.
6. Calcular tensão normal média em barras axialmente carregadas.
7. Compreender o conceito de deformação específica normal.
8. Aplicar a Lei de Hooke no regime elástico linear.
9. Calcular o alongamento ou encurtamento axial de barras simples.
10. Identificar o esforço cortante Vem situações de cisalhamento direto.
11. Calcular tensão cisalhante média em pinos, parafusos e rebites submetidos a corte simples.
12. Diferenciar conceitualmente tensão normal e tensão cisalhante.

3. Conteúdo programático da Aula 2

3.1 Decomposição de forças em 2D

• Força como vetor no plano.
• Componentes horizontal e vertical.
• Forças inclinadas em relação à horizontal e à vertical.

• Convenção de sinais.
• Aplicações em cabos, barras, tirantes e ligações simples.

Quando o ângulo θ é medido em relação à horizontal:

$$F_x = F\cos\ \theta$$
$$F_y = F\sin\ \theta$$

Quando o ângulo θ é medido em relação à vertical:

$$F_x = F\sin\ \theta$$
$$F_y = F\cos\ \theta$$

3.2 Equilíbrio translacional simples

Nesta aula, trabalhar apenas com equilíbrio de forças:

$$\sum F_x = 0$$
$$\sum F_y = 0$$

O equilíbrio de momentos fica para aulas posteriores.

3.3 Esforço normal e tensão normal média

• Carregamento axial.
• Tração.
• Compressão.
• Esforço normal interno N.
• Método do corte em barras simples.
• Tensão normal média:

$$\sigma = \frac{N}{A}$$

Onde:

• σ= tensão normal média;
• N= esforço normal interno;
• A= área da seção transversal.

3.4 Deformação axial e Lei de Hooke

• Alongamento e encurtamento.
• Deformação específica normal:

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L}$$

• Lei de Hooke:

$$\sigma = E\varepsilon$$

• Alongamento axial:

$$\delta = \frac{PL}{AE}$$

3.5 Esforço cortante e tensão cisalhante média

• Cisalhamento direto.
• Esforço cortante interno V.
• Pino em corte simples.
• Parafuso em corte simples.
• Rebite submetido a cisalhamento.
• Duas chapas tentando cortar um parafuso.
• Tensão cisalhante média:

$$\tau = \frac{V}{A}$$

Onde:

• τ= tensão cisalhante média;
• V= esforço cortante interno;
• A= área resistente ao cisalhamento.

Nesta aula, usar apenas **corte simples**. O corte duplo pode ser mencionado, mas não precisa ser cobrado ainda.

4. Organização temporal — aula presencial de 4 horas

Etapa	Conteúdo	Tempo
1	Retomada da Aula 1: força, área, tensão, tração, compressão e cisalhamento conceitual	10 min
2	Decomposição de forças em 2D	30 min
3	Exercícios guiados de decomposição de forças	20 min
4	Equilíbrio translacional simples	20 min
5	Força externa, reação e força interna	15 min
6	Esforço normal: tração e compressão	25 min
7	Tensão normal média: $\sigma = N/A$	25 min
8	Deformação axial, Lei de Hooke e alongamento	35 min
9	Esforço cortante em cisalhamento direto	25 min
10	Tensão cisalhante média: $\tau = V/A$	25 min
11	Exercício integrador: barra tracionada e parafuso cisalhado	25 min
12	Fechamento e conexão com a Aula 3	5 min
Total		**4 h**

5. Exercício integrador em sala

Parte A — Barra tracionada

Uma barra metálica de área transversal $A = 200\ mm^2$está submetida a uma força axial de tração $N = 20\ kN$.

Determine:

a) o tipo de esforço interno;
b) se a solicitação é de tração ou compressão;
c) a tensão normal média.

Parte B — Parafuso em cisalhamento simples

Duas chapas são ligadas por um parafuso de diâmetro $d = 10\ mm$. As chapas aplicam uma força de $V = 12\ kN$, tendendo a cortar o parafuso em uma única seção resistente.

Determine:

a) o tipo de esforço interno;
b) a área resistente ao cisalhamento;
c) a tensão cisalhante média;
d) a diferença conceitual entre esse caso e a barra tracionada da Parte A.

6. Atividade complementar — 4 horas

Como agora a Aula 2 tem cálculo, mas ainda com problemas introdutórios, recomendo:

Carga horária: 4 horas
Número de exercícios: 20
Tempo médio por exercício: 12 minutos
Total: 20 × 12 min = 240 min = 4 horas

Distribuição da atividade complementar

Bloco	Tema	Nº de exercícios	Tempo estimado
1	Decomposição de forças em 2D	3	36 min
2	Equilíbrio translacional simples	2	24 min
3	Esforço normal e tensão normal média	4	48 min
4	Deformação axial e Lei de Hooke	3	36 min
5	Esforço cortante e tensão cisalhante média	5	60 min
6	Comparação conceitual entre tensão normal e cisalhante	3	36 min
Total		**20 exercícios**	**240 min / 4 h**

7. Lista de exercícios — Aula 2

Bloco 1 — Decomposição de forças em 2D

1. Uma força de $500\ N$ atua formando $30°$ com a horizontal. Determine suas componentes horizontal e vertical.
2. Uma força de $1{,}2\ kN$ atua formando $60°$ com a vertical. Determine suas componentes horizontal e vertical.
3. Explique por que não se deve afirmar que seno sempre calcula a componente vertical e cosseno sempre calcula a componente horizontal.

Bloco 2 — Equilíbrio translacional simples

4. Um ponto material está submetido a duas forças horizontais opostas de mesma intensidade. Esse ponto está em equilíbrio na direção horizontal? Justifique.
5. Uma força de $300\ N$ atua para a direita. Qual força horizontal deve atuar para a esquerda para haver equilíbrio translacional?

Bloco 3 — Esforço normal e tensão normal média

6. O que é esforço normal interno?
7. Uma barra está sendo puxada nas duas extremidades por forças opostas e alinhadas com seu eixo. O esforço normal é de tração ou compressão?

8. Uma barra de área $A = 250\ mm^2$ está submetida a tração de $N = 15\ kN$. Determine a tensão normal média em MPa.
9. Uma barra circular de diâmetro $d = 12\ mm$ está submetida a uma força axial de tração de 18 kN. Determine a tensão normal média.

Bloco 4 — Deformação axial e Lei de Hooke

10. Uma barra de comprimento inicial 2,0 m sofre alongamento de 1,0 mm. Determine a deformação específica.
11. Uma barra apresenta tensão normal de 100 MPa e módulo de elasticidade $E = 200\ GPa$. Determine a deformação específica.
12. Uma barra de aço está submetida a uma força axial $P = 30\ kN$, possui comprimento $L = 2{,}0\ m$, área $A = 300\ mm^2$ e módulo de elasticidade $E = 200\ GPa$. Determine o alongamento axial.

Bloco 5 — Esforço cortante e tensão cisalhante média

13. O que é esforço cortante interno?
14. Explique, com suas palavras, como duas chapas podem tentar cortar um parafuso.
15. Um parafuso está submetido a cisalhamento simples por uma força de $V = 10\ kN$. A área resistente ao cisalhamento é $A = 80\ mm^2$. Determine a tensão cisalhante média.
16. Um pino de diâmetro $d = 8\ mm$ está submetido a uma força cortante de $V = 6\ kN$, em corte simples. Determine a tensão cisalhante média.
17. Um parafuso de diâmetro $d = 10\ mm$ resiste a uma força cortante de $V = 12\ kN$, em corte simples. Determine a tensão cisalhante média.

Bloco 6 — Comparação conceitual

18. Qual é a principal diferença entre tensão normal e tensão cisalhante?
19. Uma barra tracionada e um parafuso cisalhado podem estar submetidos à mesma intensidade de força. Por que as tensões internas são de naturezas diferentes?
20. Em que situação se usa $\sigma = N/A$ e em que situação se usa $\tau = V/A$?

Semana 3 (18/05/2026 - 22/05/2026)

Plano de Aula — Aula 3 revisado

Disciplina: Resistência dos Materiais
Aula: 3
Tema: Vetores em 3D, momento de uma força, momento torçor e momento fletor
Carga horária total: 8 horas
Aula presencial: 4 horas
Atividade complementar: 4 horas

1. Objetivo geral

Introduzir a representação vetorial tridimensional de forças e momentos, mostrando como uma força aplicada em um ponto do espaço pode gerar componentes de força e componentes de momento, permitindo distinguir esforço axial, esforço cortante, momento torçor e momento fletor em relação ao eixo longitudinal de uma peça.

2. Objetivos específicos

Ao final da Aula 3, espera-se que o discente seja capaz de:

1. Representar vetores força em três dimensões.
2. Identificar as componentes F_x, F_y e F_z de uma força.
3. Compreender o vetor posição $\vec{r}$ entre um ponto de referência e o ponto de aplicação da força.
4. Compreender que uma força só gera momento em relação a um ponto ou eixo quando existe braço de alavanca.
5. Calcular, de forma introdutória, o momento de uma força por meio do produto vetorial:

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

6. Interpretar as componentes do vetor momento M_x, M_y e M_z.
7. Diferenciar força axial, força cortante, momento torçor e momento fletor.
8. Reconhecer que a componente do momento ao longo do eixo longitudinal da peça corresponde ao momento torçor.
9. Reconhecer que as componentes do momento perpendiculares ao eixo longitudinal da peça correspondem a momentos fletores.
10. Aplicar a regra da mão direita para interpretar o sentido do momento.
11. Relacionar os conceitos vetoriais da aula com os próximos temas: torção, flexão pura e carregamento transversal.

3. Ideia central da aula

A frase que organiza a Aula 3 é:

A força atua em uma direção, mas o efeito estrutural depende também de onde ela é aplicada e em relação a qual eixo a peça está sendo analisada.

Isso evita uma confusão comum: **as componentes da força não geram momento sozinhas**. O momento depende da força e do braço de alavanca.

A relação correta é:

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

Onde:

• $\vec{M}$é o vetor momento;
• $\vec{r}$é o vetor posição, do ponto de referência até o ponto de aplicação da força;
• $\vec{F}$é o vetor força.

4. Conteúdo programático da Aula 3

4.1 Retomada da Aula 2

• Decomposição de forças em 2D.
• Esforço normal N.
• Tensão normal média.
• Cisalhamento simples.
• Tensão cisalhante média.
• Diferença entre força interna e tensão.

Mensagem de transição:

Na Aula 2, analisamos forças em 2D e esforços internos simples. Agora vamos ampliar a análise para o espaço tridimensional, porque forças aplicadas fora do eixo da peça podem gerar momentos.

4.2 Vetores de força em 3D

Representar a força como:

$$\vec{F} = F_x\vec{\imath} + F_y\vec{\jmath} + F_z\vec{k}$$

Onde:

• F_x é a componente na direção x;
• F_y é a componente na direção y;
• F_z é a componente na direção z.

Explicar que, em uma peça estrutural, é importante distinguir:

• componente paralela ao eixo da peça;
• componentes transversais ao eixo da peça.

Se a peça tem eixo longitudinal em x, então:

• F_x tende a produzir esforço axial;
• F_y e F_z tendem a produzir esforços transversais, podendo gerar cortante e flexão dependendo do ponto de aplicação.

4.3 Vetor posição

Representar o vetor posição como:

$$\vec{r} = x\vec{\imath} + y\vec{\jmath} + z\vec{k}$$

O vetor $\vec{r}$ indica a posição do ponto de aplicação da força em relação ao ponto ou eixo de referência.

Ponto didático essencial:

Uma força aplicada exatamente sobre o eixo de referência pode não gerar momento em torno desse eixo. Para haver momento, é necessário braço de alavanca.

4.4 Momento de uma força em 3D

Apresentar o momento como produto vetorial:

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

A forma expandida pode ser apresentada como:

$$\vec{M} = \begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ x & y & z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

Resultando em:

$$M_x = yF_z - zF_y$$
$$M_y = zF_x - xF_z$$
$$M_z = xF_y - yF_x$$

Aqui não é necessário aprofundar em álgebra vetorial abstrata. O objetivo é interpretar fisicamente as componentes do momento.

5. Como as componentes geram torção e flexão

Este é o núcleo da aula.

Adotando uma peça com eixo longitudinal na direção x:

Componente	Interpretação estrutural
F_x	Pode gerar esforço normal axial N
F_y	Pode gerar esforço cortante e momento fletor
F_z	Pode gerar esforço cortante e momento fletor
M_x	Momento torçor T, pois atua em torno do eixo longitudinal
M_y	Momento fletor em torno do eixo y
M_z	Momento fletor em torno do eixo z

Assim, para uma barra cujo eixo longitudinal é x:

$$T = M_x$$
$$M_y \text{ e } M_z = \text{momentos fletores}$$

Formulação didática:

O momento torçor é a componente do momento que atua em torno do eixo longitudinal da peça. O momento fletor é a componente do momento que atua em torno de eixos transversais ao eixo longitudinal da peça.

Essa frase é central.

6. O que entra e o que não entra na Aula 3

Entra na Aula 3

• Vetores em 3D.
• Componentes da força.
• Vetor posição.
• Momento de uma força.
• Produto vetorial em nível aplicado.
• Regra da mão direita.
• Identificação de momento torçor.
• Identificação de momento fletor.
• Diferença entre esforço normal, cortante, torçor e fletor.

Não entra ainda ou entra apenas como antecipação

• Cálculo detalhado de tensão por torção.
• Cálculo de ângulo de torção.
• Diagramas de momento fletor.
• Tensão normal na flexão.
• Fórmula da flexão.
• Tensão cisalhante em vigas.

Esses conteúdos ficam para as aulas seguintes.

7. Organização temporal — aula presencial de 4 horas

Etapa	Conteúdo	Tempo
1	Retomada da Aula 2: força normal, cortante e tensões médias	15 min
2	Introdução aos vetores em 3D	25 min
3	Componentes do vetor força: F_x, F_y, F_z	25 min
4	Vetor posição $\vec{r}$ e braço de alavanca	25 min
5	Momento de uma força: $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$	35 min
6	Regra da mão direita e sentido do momento	20 min
7	Componentes do momento: M_x, M_y, M_z	30 min
8	Identificação de momento torçor e momento fletor	35 min
9	Exercício guiado em sala	25 min
10	Síntese e conexão com torção e flexão	5 min
Total		**4 h**

8. Exemplo guiado em sala

Exemplo — Força aplicada em uma barra no espaço

Considere uma barra cujo eixo longitudinal coincide com o eixo x. Uma força é aplicada no ponto:

$$\vec{r} = 0{,}40\vec{\imath} + 0{,}10\vec{\jmath} + 0{,}20\vec{k} \ (m)$$

A força aplicada é:

$$\vec{F} = 100\vec{\imath} + 200\vec{\jmath} + 150\vec{k} \ (N)$$

Determinar:

a) as componentes da força;
b) o momento da força em relação à origem;
c) qual componente do momento representa torção;
d) quais componentes representam flexão;
e) qual componente da força pode ser associada ao esforço axial.

Resolução esperada

Produto vetorial:

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

Componentes:

$$M_x = yF_z - zF_y$$
$$M_x = 0{,}10(150) - 0{,}20(200)$$
$$M_x = 15 - 40 = -25 \, N \cdot m$$
$$M_y = zF_x - xF_z$$
$$M_y = 0{,}20(100) - 0{,}40(150)$$
$$M_y = 20 - 60 = -40 \, N \cdot m$$
$$M_z = xF_y - yF_x$$
$$M_z = 0{,}40(200) - 0{,}10(100)$$
$$M_z = 80 - 10 = 70 \, N \cdot m$$

Logo:

$$\vec{M} = -25\vec{\imath} - 40\vec{\jmath} + 70\vec{k} \ (N \cdot m)$$

Interpretação, considerando que a barra está alinhada ao eixo x:

• $F_x = 100\, N$: componente axial da força;
• $F_y = 200\, N$ e $F_z = 150\, N$: componentes transversais;
• $M_x = -25\, N \cdot m$: momento torçor;

• $M_y = -40\ N \cdot m$: momento fletor;
• $M_z = 70\ N \cdot m$: momento fletor.

Conclusão didática:

Como o eixo longitudinal da barra é x, a componente $M_x$torce a barra. As componentes M_ye M_z, por serem perpendiculares ao eixo da barra, tendem a fletir a peça.

9. Atividade complementar — 4 horas

Como esta aula é conceitual e vetorial, eu manteria **20 exercícios**, com tempo médio de **12 minutos por exercício**.

Carga horária: 4 horas
Número de exercícios: 20
Tempo médio por exercício: 12 minutos
Total: 20 × 12 min = 240 min = 4 horas.

Distribuição da atividade complementar

Bloco	Tema	Nº de exercícios	Tempo
1	Vetores força em 3D	4	48 min
2	Vetor posição e braço de alavanca	3	36 min
3	Momento de uma força	5	60 min
4	Regra da mão direita	2	24 min
5	Momento torçor e momento fletor	4	48 min
6	Síntese conceitual	2	24 min
Total		**20**	**240 min / 4 h**

10. Lista de exercícios — Aula 3

Bloco 1 — Vetores força em 3D

1. Escreva a força $\vec{F} = 300\vec{\imath} + 200\vec{\jmath} - 100\vec{k}\ N$em termos de suas componentes F_x, F_ye F_z.
2. Uma força possui componentes $F_x = 100\ N$, $F_y = -50\ N$e $F_z = 200\ N$. Escreva o vetor força na forma cartesiana.
3. Considerando uma barra com eixo longitudinal em x, qual componente da força tende a produzir esforço axial?
4. Considerando uma barra com eixo longitudinal em x, quais componentes da força são transversais à barra?

Bloco 2 — Vetor posição e braço de alavanca

5. Explique o que representa o vetor posição $\vec{r}$em relação ao cálculo de momento.
6. Uma força aplicada exatamente sobre o eixo longitudinal de uma barra sempre gera momento torçor? Justifique.
7. Por que a existência de força não é suficiente, sozinha, para gerar momento?

Bloco 3 — Momento de uma força

8. Calcule o momento gerado por:

$$\vec{r} = 0{,}30\vec{\imath} + 0{,}20\vec{\jmath} + 0{,}10\vec{k}\ m$$
$$\vec{F} = 100\vec{\imath} + 50\vec{\jmath} + 200\vec{k}\ N$$

9. Calcule o momento gerado por:

$$\vec{r} = 0{,}50\vec{\imath} + 0{,}10\vec{\jmath}\ m$$
$$\vec{F} = 200\vec{\jmath}\ N$$

10. Calcule o momento gerado por:

$$\vec{r} = 0{,}20\vec{\jmath}$$
$$\vec{F} = 150\vec{k}$$

11. Se $\vec{r}$e $\vec{F}$forem paralelos, o momento será nulo ou não nulo? Justifique.
12. Explique o significado físico da expressão:

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

Bloco 4 — Regra da mão direita

13. Explique como usar a regra da mão direita para determinar o sentido de um momento.
14. Qual é a relação entre o sentido de giro observado e a direção do vetor momento?

Bloco 5 — Momento torçor e momento fletor

15. Uma barra tem eixo longitudinal em x. Se o momento resultante possui componente M_x, essa componente representa torção ou flexão?

16. Uma barra tem eixo longitudinal em x. Se o momento resultante possui componentes M_ye M_z, essas componentes representam torção ou flexão?
17. Uma barra tem eixo longitudinal em z. Qual componente do momento representa o momento torçor?
18. Uma barra tem eixo longitudinal em y. Quais componentes do momento representam momentos fletores?

Bloco 6 — Síntese conceitual

19. Explique a diferença entre força axial, força cortante, momento torçor e momento fletor.
20. Por que é importante identificar corretamente se uma componente de momento gera torção ou flexão antes de calcular tensões?

Semana 4 (25/05/2026 - 29/05/2026)

Plano de Aula — Aula 4

Disciplina: Resistência dos Materiais
Aula: 4
Tema: Torção em eixos circulares: momento torçor, tensão cisalhante e ângulo de torção
Carga horária total: 8 horas
Aula presencial: 4 horas
Atividade complementar: 4 horas

1. Objetivo geral

Desenvolver a análise de eixos circulares submetidos à torção, relacionando o momento torçor interno à distribuição de tensões cisalhantes na seção transversal e ao ângulo de torção produzido no regime elástico linear.

2. Objetivos específicos

Ao final da Aula 4, espera-se que o discente seja capaz de:

1. Reconhecer o momento torçor como o momento que atua em torno do eixo longitudinal da peça.
2. Diferenciar momento torçor de momento fletor.
3. Identificar situações práticas de torção em eixos, chaves, parafusos, árvores de transmissão e barras circulares.
4. Determinar o torque produzido por uma força aplicada a uma distância perpendicular.
5. Representar o momento torçor interno em um eixo circular.
6. Compreender que a torção gera tensões cisalhantes na seção transversal.
7. Reconhecer que, em eixos circulares, a tensão cisalhante é nula no centro e máxima na superfície externa.
8. Calcular o momento polar de inércia de eixos circulares maciços e vazados.
9. Calcular a tensão cisalhante em um ponto da seção circular.
10. Calcular a tensão cisalhante máxima em eixos circulares.
11. Calcular o ângulo de torção em eixos circulares no regime elástico linear.
12. Interpretar a influência do torque, do comprimento, do diâmetro, do momento polar de inércia e do módulo de elasticidade transversal no comportamento do eixo.

3. Conteúdo programático da Aula 4

3.1 Retomada da Aula 3

• Vetores em 3D.
• Momento de uma força.
• Componentes do momento: M_x, M_y, M_z.
• Identificação do momento torçor.
• Identificação do momento fletor.

Mensagem de transição:

Na Aula 3, vimos que, se uma barra possui eixo longitudinal em x, a componente $M_x$do momento tende a torcer a peça. Agora vamos estudar o efeito mecânico dessa torção em eixos circulares.

3.2 Conceito de torção

A torção ocorre quando um elemento estrutural ou mecânico é submetido a um momento em torno do seu eixo longitudinal.

Exemplos:

• eixo de transmissão;
• chave de boca apertando um parafuso;
• barra circular submetida a torque;
• eixo de motor;
• eixo de hélice;
• eixo de equipamento rotativo.

Formulação didática:

A torção tende a fazer uma seção transversal girar em relação à outra. Esse giro relativo gera tensões cisalhantes internas.

3.3 Torque produzido por uma força

Para uma força perpendicular aplicada a uma distância $d$do eixo de rotação:

$$T = Fd$$

Onde:

• Té o torque ou momento torçor;
• Fé a força aplicada;
• dé o braço de alavanca perpendicular.

Exemplo direto:

Uma força de $100\ N$aplicada perpendicularmente a uma chave de $0{,}30\ m$produz:

$$T = 100 \times 0{,}30 = 30\ N \cdot m$$

3.4 Momento torçor interno

Assim como uma força axial externa gera esforço normal interno, um torque externo gera **momento torçor interno**.

Procedimento didático:

1. Identificar os torques externos aplicados.
2. Fazer um corte imaginário no eixo.
3. Isolar uma das partes.
4. Substituir a parte retirada pelo momento torçor interno T.
5. Aplicar equilíbrio de momentos em torno do eixo longitudinal.

Nesta aula, não é necessário desenvolver diagramas complexos de torção. Basta trabalhar com eixos simples submetidos a torques nas extremidades.

4. Tensão cisalhante por torção

Em um eixo circular submetido à torção, a tensão cisalhante varia linearmente com a distância ao centro da seção.

A expressão geral é:

$$\tau = \frac{T\rho}{J}$$

Onde:

• τé a tensão cisalhante no ponto analisado;
• Té o momento torçor interno;
• ρé a distância do ponto ao centro da seção;
• Jé o momento polar de inércia da seção.

Na superfície externa:

$$\tau_{\max} = \frac{Tc}{J}$$

Onde:

• cé o raio externo da seção.

Interpretação física:

• no centro da seção, $\rho = 0$, logo $\tau = 0$;
• na superfície externa, $\rho = c$, logo a tensão é máxima;
• quanto maior o torque, maior a tensão;
• quanto maior o momento polar de inércia, menor a tensão.

5. Momento polar de inércia

Para eixo circular maciço:

$$J = \frac{\pi d^4}{32}$$

ou:

$$J = \frac{\pi r^4}{2}$$

Para eixo circular vazado:

$$J = \frac{\pi}{32}(d_o^4 - d_i^4)$$

Onde:

• dé o diâmetro do eixo maciço;
• ré o raio do eixo maciço;
• d_oé o diâmetro externo do eixo vazado;
• d_ié o diâmetro interno do eixo vazado.

Ponto importante:

O momento polar de inércia depende da quarta potência do diâmetro. Por isso, pequenos aumentos no diâmetro podem produzir grande aumento da rigidez à torção.

6. Ângulo de torção

Além da tensão, é necessário verificar a deformação angular do eixo.

No regime elástico linear:

$$\theta = \frac{TL}{GJ}$$

Onde:

• θ é o ângulo de torção, em radianos;
• T é o torque interno;
• L é o comprimento do eixo;
• G é o módulo de elasticidade transversal;
• J é o momento polar de inércia.

Interpretação:

• se T aumenta, θ aumenta;
• se L aumenta, θ aumenta;
• se G aumenta, θ diminui;
• se J aumenta, θ diminui.

7. Organização temporal — aula presencial de 4 horas

Etapa	Conteúdo	Tempo
1	Retomada da Aula 3: momento torçor e momento fletor	10 min
2	Conceito de torção e exemplos práticos	25 min
3	Torque produzido por uma força: $T = Fd$	25 min
4	Momento torçor interno e equilíbrio em torno do eixo	25 min
5	Torção em eixos circulares: interpretação física	35 min
6	Momento polar de inércia J	25 min
7	Tensão cisalhante por torção: $\tau = T\rho/J$ e $\tau_{\max} = Tc/J$	30 min
8	Ângulo de torção: $\theta = TL/GJ$	30 min
9	Exercício integrador em sala	30 min
10	Fechamento e conexão com flexão pura	5 min
Total		**4 h**

8. Exercício integrador em sala

Exercício — Eixo circular maciço submetido à torção

Um eixo circular maciço de aço possui diâmetro $d = 30\ mm$, comprimento $L = 1{,}2\ m$ e está submetido a um torque $T = 250\ N \cdot m$. Considere:

$$G = 80\ GPa$$

Determine:

a) o momento polar de inércia da seção;
b) a tensão cisalhante máxima no eixo;

c) o ângulo de torção em radianos;
d) o ângulo de torção em graus;
e) o que ocorre com a tensão e com o ângulo de torção se o diâmetro do eixo for aumentado.

Resolução esperada — para uso do professor

Conversões:

$$L = 1{,}2\,m = 1200\,mm$$
$$T = 250\,N \cdot m = 250000\,N \cdot mm$$
$$G = 80\,GPa = 80000\,MPa = 80000\,N/mm^2$$

Momento polar de inércia:

$$J = \frac{\pi d^4}{32}$$
$$J = \frac{\pi (30)^4}{32}$$
$$J \approx 79521{,}6\,mm^4$$

Raio externo:

$$c = \frac{d}{2} = 15\,mm$$

Tensão cisalhante máxima:

$$\tau_{\max} = \frac{Tc}{J}$$
$$\tau_{\max} = \frac{250000 \times 15}{79521{,}6}$$
$$\tau_{\max} \approx 47{,}16\,MPa$$

Ângulo de torção:

$$\theta = \frac{TL}{GJ}$$
$$\theta = \frac{250000 \times 1200}{80000 \times 79521{,}6}$$
$$\theta \approx 0{,}0472\,rad$$

Conversão para graus:

$$\theta_{\text{graus}} = \theta \times \frac{180}{\pi}$$
$$\theta_{\text{graus}} \approx 2{,}70^\circ$$

Interpretação:

Se o diâmetro aumenta, o momento polar de inércia aumenta de forma significativa, pois depende de d^4. Com isso, a tensão cisalhante máxima diminui e o ângulo de torção também diminui.

9. Atividade complementar — 4 horas

Como a Aula 4 envolve cálculo técnico, a atividade complementar deve ter menos questões do que uma lista puramente conceitual.

Carga horária: 4 horas
Número de exercícios: 20
Tempo médio por exercício: 12 minutos
Total: 20 × 12 min = 240 min = 4 horas

Distribuição da atividade complementar

Bloco	**Tema**	**Nº de exercícios**	**Tempo estimado**
1	Conceito de torção e torque	3	36 min
2	Momento torçor interno	3	36 min
3	Momento polar de inércia	3	36 min
4	Tensão cisalhante por torção	4	48 min
5	Ângulo de torção	4	48 min
6	Interpretação conceitual	3	36 min
Total		**20**	**240 min / 4 h**

10. Lista de exercícios — Aula 4

Bloco 1 — Conceito de torção e torque

1. Explique, com suas palavras, o que é torção em uma peça estrutural ou mecânica.
2. Uma força de $120\ N$é aplicada perpendicularmente a uma chave de comprimento $0{,}25\ m$. Determine o torque produzido.
3. Explique por que uma chave mais longa facilita o aperto ou desaperto de um parafuso.

Bloco 2 — Momento torçor interno

4. O que é momento torçor interno?
5. Um eixo circular está submetido a torques iguais e opostos em suas extremidades. Explique por que existe torção no eixo.
6. Qual é a diferença conceitual entre momento torçor e momento fletor?

Bloco 3 — Momento polar de inércia

7. Determine o momento polar de inércia de um eixo circular maciço com diâmetro $d = 20\,mm$.
8. Determine o momento polar de inércia de um eixo circular maciço com diâmetro $d = 40\,mm$.
9. Compare os exercícios 7 e 8. O que acontece com Jquando o diâmetro dobra?

Bloco 4 — Tensão cisalhante por torção

10. Um eixo circular maciço de diâmetro $d = 25\,mm$está submetido a um torque $T = 150\,N \cdot m$. Determine a tensão cisalhante máxima.
11. Um eixo circular maciço de diâmetro $d = 30\,mm$está submetido a um torque $T = 200\,N \cdot m$. Determine a tensão cisalhante máxima.
12. Um eixo circular maciço tem $J = 100000\,mm^4$, raio externo $c = 15\,mm$e torque $T = 300000\,N \cdot mm$. Determine $\tau_{\max}$.
13. Em um eixo circular submetido à torção, onde ocorre a tensão cisalhante máxima: no centro ou na superfície externa? Justifique.

Bloco 5 — Ângulo de torção

14. Um eixo possui $T = 200000\,N \cdot mm$, $L = 1000\,mm$, $G = 80000\,N/mm^2$e $J = 90000\,mm^4$. Determine o ângulo de torção em radianos.
15. Para o exercício anterior, converta o ângulo de torção para graus.
16. Mantendo T, Ge Jconstantes, o que acontece com o ângulo de torção quando o comprimento do eixo aumenta?
17. Mantendo T, Le Gconstantes, o que acontece com o ângulo de torção quando o momento polar de inércia aumenta?

Bloco 6 — Interpretação conceitual

18. Um eixo pode apresentar tensão cisalhante aceitável, mas ângulo de torção excessivo? Explique.
19. Por que eixos vazados podem ser eficientes em torção?
20. Explique a diferença entre a tensão cisalhante média do cisalhamento simples e a tensão cisalhante distribuída por torção.

Semana 5 (01/06/2026 - 05/06/2026)

AV1 — 10 pontos no total

A nota da AV1 será composta por:

Componente	Valor
Atividades complementares das Aulas 1 a 4	4,0 pontos
Prova objetiva AV1	6,0 pontos
Total da AV1	**10,0 pontos**

A prova objetiva, portanto, **não vale 10 pontos sozinha**. Ela vale **6,0 pontos**. As atividades complementares compõem os outros **4,0 pontos** da AV1.

Critério de Avaliação — AV1

A primeira avaliação da disciplina, denominada **AV1**, será composta por duas partes: atividades complementares e prova objetiva.

As **atividades complementares** desenvolvidas ao longo das Aulas 1 a 4 valerão, em conjunto, **4,0 pontos** da nota da AV1. Para obtenção da pontuação integral, o discente deverá entregar todas as atividades complementares propostas, realizadas **de próprio punho**, com desenvolvimento legível, organização adequada e indicação das fontes consultadas para elaboração das respostas.

A **prova objetiva da AV1** valerá **6,0 pontos** e será composta por **20 questões objetivas**, contemplando os conteúdos trabalhados nas Aulas 1 a 4. Cada questão valerá **0,30 ponto**.

Assim, a composição da AV1 será:

$$\text{Nota da AV1} = \text{Atividades Complementares} + \text{Prova Objetiva}$$
$$\text{Nota da AV1} = 4{,}0 + 6{,}0 = 10{,}0$$

Distribuição da pontuação das atividades complementares

Atividade	Conteúdo	Valor
Atividade Complementar 1	Aula 1 — Introdução e conceito de tensão	1,0 ponto
Atividade Complementar 2	Aula 2 — Carregamento axial e cisalhamento simples	1,0 ponto
Atividade Complementar 3	Aula 3 — Vetores em 3D, momento torçor e momento fletor	1,0 ponto
Atividade Complementar 4	Aula 4 — Torção em eixos circulares	1,0 ponto
Total		**4,0 pontos**

Critérios para validação das atividades complementares

Para que a atividade complementar seja aceita para nota e registro de presença, o aluno deverá atender aos seguintes critérios:

- Entregar a atividade dentro do prazo definido pelo professor.
- Resolver a atividade **de próprio punho**.
- Apresentar respostas legíveis e organizadas.
- Desenvolver os cálculos quando houver questões numéricas, não apresentando apenas o resultado final.
- Indicar as fontes consultadas, quando utilizadas.
- Não apresentar cópia literal de respostas de colegas, sites, aplicativos ou ferramentas de inteligência artificial sem elaboração própria.
- Entregar a atividade completa, com todas as questões propostas.

Semana 6 (08/06/2026 - 12/06/2026)

Plano de Aula — Aula 5

Disciplina: Resistência dos Materiais
Aula: 6
Tema: Flexão pura: momento fletor, linha neutra e tensão normal na flexão
Carga horária total: 8 horas
Aula presencial/síncrona: 4 horas
Atividade complementar: 4 horas
Observação: o intervalo não está computado.

1. Objetivo geral

Desenvolver a análise de elementos submetidos à flexão pura, apresentando o momento fletor como esforço interno responsável pela curvatura da peça e pela geração de tensões normais de tração e compressão distribuídas ao longo da seção transversal.

2. Objetivos específicos

Ao final da Aula 6, espera-se que o discente seja capaz de:

1. Diferenciar momento torçor e momento fletor.
2. Reconhecer situações práticas de flexão em vigas e elementos estruturais.
3. Compreender o conceito de flexão pura.
4. Identificar a linha neutra em uma seção submetida à flexão.
5. Reconhecer que, na flexão, uma parte da seção fica tracionada e outra comprimida.
6. Compreender a distribuição linear das tensões normais na flexão.
7. Relacionar a distância em relação à linha neutra com o valor da tensão normal.
8. Calcular o momento de inércia de área de seções simples.
9. Aplicar a fórmula da flexão para calcular tensões normais.
10. Determinar a tensão máxima de tração e a tensão máxima de compressão em seções simétricas.
11. Interpretar a influência da geometria da seção na resistência à flexão.
12. Compreender por que vigas altas, perfis I e seções com material afastado da linha neutra são eficientes em flexão.

3. Conteúdo programático da Aula 6

3.1 Retomada da Aula 4

• Momento torçor.
• Torção em torno do eixo longitudinal.
• Tensão cisalhante por torção.
• Diferença entre torção e flexão.

Mensagem de transição:

Na torção, o momento atua em torno do eixo longitudinal da peça. Na flexão, o momento atua em torno de um eixo transversal, curvando a peça e produzindo tensões normais de tração e compressão.

3.2 Conceito de flexão

A flexão ocorre quando um elemento estrutural sofre curvatura devido à ação de um momento fletor.

Exemplos práticos:

• viga de piso;
• ponte;
• régua apoiada nas extremidades;
• prancha submetida ao peso de uma pessoa;
• longarina;
• elemento estrutural submetido a carregamento transversal.

Formulação didática:

A flexão faz com que uma parte da seção seja tracionada e outra parte seja comprimida.

3.3 Flexão pura

A flexão pura ocorre quando o trecho analisado está submetido a **momento fletor constante** e **esforço cortante nulo**.

Nesta aula, o foco deve ser:

• momento fletor;
• curvatura;
• linha neutra;
• tensão normal na flexão.

Não é necessário, ainda, aprofundar diagramas de esforço cortante e momento fletor. Isso pode entrar na aula seguinte, sobre **carregamento transversal**.

3.4 Linha neutra

A linha neutra é a região da seção transversal onde a tensão normal de flexão é nula.

Interpretação:

- fibras acima da linha neutra podem estar comprimidas;
- fibras abaixo da linha neutra podem estar tracionadas;
- ou o inverso, dependendo do sentido do momento fletor;
- na linha neutra, a tensão normal é zero.

3.5 Distribuição de tensões na flexão

Na flexão elástica linear, a tensão normal varia linearmente com a distância à linha neutra.

A fórmula da flexão é:

$$\sigma = \frac{My}{I}$$

Onde:

- σé a tensão normal de flexão;
- Mé o momento fletor interno;
- yé a distância do ponto analisado até a linha neutra;
- Ié o momento de inércia de área da seção em relação ao eixo neutro.

Para a tensão máxima:

$$\sigma_{\max} = \frac{Mc}{I}$$

Onde:

- cé a maior distância da linha neutra até a fibra extrema.

3.6 Momento de inércia de área

O momento de inércia de área mede como a área da seção está distribuída em relação ao eixo neutro.

Para seção retangular:

$$I = \frac{bh^3}{12}$$

Para seção circular:

$$I = \frac{\pi d^4}{64}$$

Ponto conceitual importante:

Na flexão, a altura da seção tem grande influência na resistência, pois o momento de inércia de uma seção retangular depende de h^3.

Isso ajuda o aluno a entender por que uma viga "em pé" resiste mais à flexão do que a mesma viga "deitada".

4. Organização temporal — aula presencial de 4 horas

Etapa	**Conteúdo**	**Tempo**
1	Retomada: momento torçor x momento fletor	15 min
2	Conceito de flexão e exemplos práticos	25 min
3	Flexão pura: hipóteses e significado mecânico	25 min
4	Linha neutra e fibras tracionadas/comprimidas	30 min
5	Distribuição linear das tensões normais	30 min
6	Momento de inércia de área	35 min
7	Fórmula da flexão: $\sigma = My/I$	35 min
8	Exercícios guiados	25 min
9	Exercício integrador em sala	35 min
10	Fechamento e conexão com carregamento transversal	10 min
Total		**4 h**

5. Desenvolvimento didático sugerido

5.1 Abertura da aula

Sugestão de fala inicial:

Na aula anterior de conteúdo, estudamos a torção, em que o momento atua em torno do eixo longitudinal da peça. Agora vamos estudar a flexão, em que o momento curva a peça e produz tensões normais de tração e compressão na mesma seção transversal.

5.2 Diferença entre torção e flexão

Solicitação	Efeito físico	Tensão predominante
Torção	Gira uma seção em relação à outra	Tensão cisalhante
Flexão	Curva a peça	Tensão normal de tração e compressão

Esse quadro ajuda a consolidar a transição da Aula 4 para a Aula 6.

5.3 Flexão pura

A definição deve ser simples:

Flexão pura é a condição em que o trecho da viga está submetido somente a momento fletor, sem esforço cortante no trecho analisado.

Evite começar com casos complexos de carregamento. A aula deve priorizar a compreensão da distribuição de tensões.

5.4 Linha neutra e tensões

Explicação sugerida:

Quando a viga flete, algumas fibras alongam, outras encurtam. Entre essas regiões existe uma linha onde não há alongamento nem encurtamento. Essa região é chamada linha neutra.

Na flexão elástica:

- tensão é zero na linha neutra;
- tensão cresce linearmente com a distância à linha neutra;
- tensão máxima ocorre nas fibras extremas.

5.5 Momento de inércia e geometria da seção

Ponto didático central:

Não basta conhecer a área da seção. Em flexão, importa onde essa área está localizada em relação à linha neutra.

Isso diferencia bem a Aula 2 da Aula 6:

- carregamento axial: A é a grandeza geométrica principal;
- flexão: I é a grandeza geométrica principal.

6. Exercício integrador em sala

Exercício — Viga retangular submetida à flexão pura

Uma viga de seção retangular possui largura $b = 80\ mm$, altura $h = 160\ mm$e está submetida a um momento fletor interno de:

$$M = 12\ kN \cdot m$$

Determinar:

a) o momento de inércia da seção em relação ao eixo neutro;
b) a distância da linha neutra até a fibra extrema;
c) a tensão normal máxima de flexão;
d) indicar qual região fica tracionada e qual fica comprimida, de acordo com o sentido do momento adotado;
e) explicar o que aconteceria com a tensão máxima se a altura da seção fosse aumentada.

Resolução esperada — para uso do professor

Conversão do momento:

$$M = 12\ kN \cdot m = 12 \times 10^6\ N \cdot mm$$

Momento de inércia da seção retangular:

$$I = \frac{bh^3}{12}$$
$$I = \frac{80(160)^3}{12}$$
$$I = \frac{80(4\,096\,000)}{12}$$
$$I \approx 27\,306\,666{,}7\ mm^4$$

Distância até a fibra extrema:

$$c = \frac{h}{2}$$
$$c = \frac{160}{2} = 80\ mm$$

Tensão máxima:

$$\sigma_{\max} = \frac{Mc}{I}$$
$$\sigma_{\max} = \frac{12 \times 10^6 \times 80}{27\,306\,666{,}7}$$
$$\sigma_{\max} \approx 35{,}15\ MPa$$

Interpretação:

Se a altura da seção aumentar, o momento de inércia aumenta de forma significativa, pois depende de h^3. Assim, a tensão normal máxima tende a diminuir.

7. Atividade complementar — 4 horas

Como a Aula 6 envolve conceito e cálculo, recomendo manter **20 exercícios**, com tempo médio de **12 minutos por exercício**.

Carga horária: 4 horas
Número de exercícios: 20
Tempo médio por exercício: 12 minutos
Total: 20 × 12 min = 240 min = 4 horas.

Distribuição da atividade complementar

Bloco	Tema	Nº de exercícios	Tempo estimado
1	Conceito de flexão	3	36 min
2	Linha neutra e distribuição de tensões	4	48 min
3	Momento de inércia de área	4	48 min
4	Fórmula da flexão	5	60 min
5	Interpretação da geometria da seção	2	24 min
6	Comparação entre torção e flexão	2	24 min
Total		**20 exercícios**	**240 min / 4 h**

8. Lista de exercícios — Aula 6

Bloco 1 — Conceito de flexão

1. Explique, com suas palavras, o que é flexão em uma viga.
2. Cite três exemplos práticos de elementos submetidos à flexão.
3. Qual é a diferença conceitual entre momento torçor e momento fletor?

Bloco 2 — Linha neutra e distribuição de tensões

4. O que é a linha neutra em uma seção submetida à flexão?
5. Em uma viga submetida à flexão, por que uma parte da seção pode ficar tracionada e outra comprimida?
6. Onde ocorre a tensão normal máxima na flexão: na linha neutra ou nas fibras extremas? Justifique.
7. Explique por que a tensão normal de flexão varia linearmente com a distância à linha neutra.

Bloco 3 — Momento de inércia de área

8. Determine o momento de inércia de uma seção retangular com $b = 60\ mm$e $h = 120\ mm$.
9. Determine o momento de inércia de uma seção retangular com $b = 120\ mm$e $h = 60\ mm$.
10. Compare os resultados dos exercícios 8 e 9. Qual orientação da seção é mais eficiente para resistir à flexão? Justifique.
11. Determine o momento de inércia de uma seção circular de diâmetro $d = 40\ mm$.

Bloco 4 — Fórmula da flexão

12. Uma viga possui $M = 8\ kN \cdot m$, $I = 20 \times 10^6\ mm^4$e $c = 75\ mm$. Determine a tensão normal máxima.
13. Uma viga retangular possui $b = 50\ mm$, $h = 100\ mm$e momento fletor $M = 5\ kN \cdot m$. Determine a tensão normal máxima.
14. Uma seção possui $I = 15 \times 10^6\ mm^4$. O ponto analisado está a $y = 40\ mm$da linha neutra e o momento fletor é $M = 6\ kN \cdot m$. Determine a tensão normal nesse ponto.
15. Uma viga possui tensão admissível de $120\ MPa$, momento fletor $M = 10\ kN \cdot m$e distância extrema $c = 80\ mm$. Determine o momento de inércia mínimo necessário.
16. Explique por que a tensão de flexão depende do momento fletor e não apenas da força aplicada.

Bloco 5 — Interpretação da geometria da seção

17. Por que aumentar a altura de uma viga costuma ser mais eficiente do que aumentar apenas sua largura?
18. Por que perfis do tipo I são eficientes para resistir à flexão?

Bloco 6 — Comparação entre torção e flexão

19. Na torção, qual tensão predomina? Na flexão pura, qual tensão predomina?
20. Explique por que a torção foi associada ao momento em torno do eixo longitudinal, enquanto a flexão é associada a momentos em torno de eixos transversais.

Cronograma — Segunda Parte da Disciplina

Disciplina: Resistência dos Materiais
Professor: Prof. Dr. Alexandre Simas de Medeiros — UFMT
Bloco: Aulas 5 a 8 + AV2
Carga horária por aula: 8 horas
• 4 horas presenciais/síncronas
• 4 horas de atividade complementar

Cronograma

Atividade	Conteúdo	Disponibilização	Entrega	Valor
Atividade Complementar 5	Aula 5 — Flexão pura	Aula 5	Aula 6	1,0 ponto
Atividade Complementar 6	Aula 6 — Carregamento transversal	Aula 6	Aula 7	1,0 ponto
Atividade Complementar 7	Aula 7 — Análise das tensões e deformações	Aula 7	Aula 8	1,0 ponto
Atividade Complementar 8	Aula 8 — Deflexão de vigas e flambagem de colunas	Aula 8	Dia da AV2	1,0 ponto
Total				**4,0 pontos**

Atividade extra — AV2

Atividade	Conteúdo	Entrega	Valor
Atividade Extra — Ftool	Modelagem de viga biapoiada de 3,0 m com carga concentrada individualizada pelo nome completo	AV2	1 ponto extra

Semana 7 (15/06/2026 - 19/06/2026)

Plano de Aula — Aula 6

Disciplina: Resistência dos Materiais
Aula: 6
Tema: Carregamento transversal: esforço cortante, momento fletor e diagramas internos
Carga horária total: 8 horas
Aula presencial: 4 horas
Atividade complementar: 4 horas

1. Objetivo geral

Desenvolver a análise de vigas submetidas a carregamentos transversais, introduzindo o cálculo das reações de apoio, a determinação dos esforços internos de cortante e momento fletor e a construção dos diagramas de esforço cortante e momento fletor ao longo do elemento estrutural.

2. Objetivos específicos

Ao final da Aula 6, espera-se que o discente seja capaz de:

1. Reconhecer situações em que uma viga está submetida a carregamento transversal.
2. Diferenciar carregamento axial, torção, flexão pura e carregamento transversal.
3. Identificar tipos simples de apoio em vigas: apoio móvel, apoio fixo/articulado e engaste.
4. Representar corretamente as reações de apoio em diagramas de corpo livre.
5. Aplicar as equações de equilíbrio no plano:

$$\sum F_x = 0$$
$$\sum F_y = 0$$
$$\sum M = 0$$

6. Determinar reações de apoio em vigas isostáticas simples.
7. Compreender o conceito de esforço cortante interno V.
8. Compreender o conceito de momento fletor interno M.
9. Aplicar o método das seções para determinar V e M em pontos específicos da viga.
10. Construir diagramas de esforço cortante e momento fletor para vigas simples.
11. Interpretar o significado físico dos diagramas internos.
12. Relacionar carregamento transversal, esforço cortante e momento fletor.
13. Compreender, de forma introdutória, que o momento fletor obtido nesta aula será usado no cálculo de tensões normais de flexão.

3. Conteúdo programático da Aula 6

3.1 Retomada da Aula 5 — Flexão pura

• Momento fletor.
• Linha neutra.
• Tensão normal na flexão.
• Fórmula da flexão:

$$\sigma = \frac{My}{I}$$

• Tensão máxima:

$$\sigma_{\max} = \frac{Mc}{I}$$

Mensagem de transição:

Na flexão pura, estudamos o efeito de um momento fletor conhecido sobre uma seção. Agora, no carregamento transversal, vamos aprender a determinar como o esforço cortante e o momento fletor surgem e variam ao longo de uma viga.

3.2 Conceito de carregamento transversal

O carregamento transversal ocorre quando as forças atuam perpendicularmente ou transversalmente ao eixo longitudinal da viga.

Exemplos:

• viga de piso recebendo carga vertical;
• ponte submetida ao peso dos veículos;
• prateleira com carga distribuída;
• régua apoiada nas extremidades com força no meio;
• viga biapoiada submetida a carga concentrada;
• viga em balanço submetida a carga na extremidade.

Formulação didática:

O carregamento transversal tende a produzir dois efeitos internos principais: esforço cortante e momento fletor.

3.3 Apoios e reações

Tipos simples de apoio:

- apoio móvel: geralmente fornece uma reação normal à superfície de apoio;
- apoio fixo/articulado: fornece duas reações, uma horizontal e uma vertical;
- engaste: fornece reação horizontal, reação vertical e momento de engaste.

Nesta aula, recomenda-se priorizar:

- vigas biapoiadas;
- vigas em balanço simples;
- cargas concentradas;
- introdução breve a cargas distribuídas.

3.4 Equilíbrio em vigas

Para determinar as reações, usa-se:

$$\sum F_x = 0$$
$$\sum F_y = 0$$
$$\sum M = 0$$

Ponto didático importante:

Diferentemente das Aulas 1 e 2, agora o equilíbrio de momentos passa a ser obrigatório, porque as cargas transversais produzem tendência de rotação da viga.

3.5 Esforço cortante interno

O esforço cortante Vrepresenta a força interna associada à tendência de uma parte da viga deslizar em relação à outra.

Formulação didática:

Ao cortar imaginariamente uma viga, o esforço cortante aparece como a força interna que equilibra as forças transversais de uma das partes analisadas.

3.6 Momento fletor interno

O momento fletor Mrepresenta o momento interno associado à tendência de curvatura da viga.

Formulação didática:

Ao cortar uma viga, o momento fletor aparece como o momento interno necessário para equilibrar a rotação da parte analisada.

3.7 Método das seções

Procedimento:

1. Determinar as reações de apoio.
2. Escolher uma seção da viga.
3. Cortar imaginariamente a viga nessa seção.
4. Isolar uma das partes.
5. Representar V e M na seção cortada.
6. Aplicar equilíbrio.
7. Determinar o esforço cortante e o momento fletor na seção.

3.8 Diagramas de esforço cortante e momento fletor

Os diagramas mostram como V e M variam ao longo do comprimento da viga.

Relações qualitativas importantes:

• carga concentrada provoca salto no diagrama de esforço cortante;
• trecho sem carga distribuída possui esforço cortante constante;
• momento fletor varia linearmente quando o esforço cortante é constante;
• onde o esforço cortante muda de sinal, pode ocorrer momento fletor máximo.

As relações diferenciais podem ser apresentadas apenas de forma introdutória:

$$\frac{dV}{dx} = -q(x)$$
$$\frac{dM}{dx} = V(x)$$

Não é necessário aprofundar ainda em carregamentos distribuídos complexos.

4. Organização temporal — aula presencial de 4 horas

Etapa	Conteúdo	Tempo
1	Retomada da Aula 5: flexão pura e momento fletor	15 min
2	Conceito de carregamento transversal e exemplos práticos	20 min
3	Tipos de apoios e reações em vigas	25 min
4	Diagrama de corpo livre de vigas	25 min
5	Equilíbrio em vigas: $\sum F_y = 0$e $\sum M = 0$	30 min
6	Esforço cortante interno V	25 min
7	Momento fletor interno M	25 min
8	Método das seções	30 min
9	Diagramas de esforço cortante e momento fletor	40 min
10	Exercício integrador em sala	40 min
11	Fechamento e conexão com análise de tensões e deformações	5 min
Total		**4 h**

5. Exercício integrador em sala

Exercício — Viga biapoiada com carga concentrada central

Uma viga biapoiada possui comprimento:

$$L = 4{,}0\ m$$

e recebe uma carga concentrada vertical:

$$P = 20\ kN$$

aplicada no meio do vão. A viga possui apoio articulado em Ae apoio móvel em B.

Determine:

a) o diagrama de corpo livre da viga;
b) as reações de apoio em Ae B;
c) o esforço cortante nos trechos $0 < x < 2{,}0\ m$e $2{,}0\ m < x < 4{,}0\ m$;
d) o momento fletor nos trechos $0 < x < 2{,}0\ m$e $2{,}0\ m < x < 4{,}0\ m$;
e) o valor do momento fletor máximo;
f) o esboço dos diagramas de esforço cortante e momento fletor.

Resolução esperada — para uso do professor

Pela simetria:

$$R_A = R_B = \frac{P}{2}$$
$$R_A = R_B = \frac{20}{2} = 10\ kN$$

Para o trecho $0 < x < 2{,}0\ m$:

$$V = R_A$$
$$V = 10\ kN$$
$$M(x) = R_A x$$
$$M(x) = 10x\ kN \cdot m$$

No ponto central:

$$M_{\max} = 10(2)$$
$$M_{\max} = 20\ kN \cdot m$$

Para o trecho $2{,}0\ m < x < 4{,}0\ m$:

$$V = R_A - P$$
$$V = 10 - 20$$
$$V = -10\ kN$$
$$M(x) = R_A x - P(x - 2)$$
$$M(x) = 10x - 20(x - 2)$$
$$M(x) = 40 - 10x\ kN \cdot m$$

No apoio B, para $x = 4\ m$:

$$M(4) = 40 - 10(4) = 0$$

Interpretação:

• o esforço cortante é constante em cada trecho;
• há salto no diagrama de cortante no ponto da carga concentrada;
• o momento fletor cresce linearmente até o meio do vão;
• o momento máximo ocorre no centro da viga;
• o momento retorna a zero no apoio B.

6. Atividade complementar — 4 horas

A atividade complementar da Aula 6 deve combinar interpretação conceitual, cálculo de reações e construção de diagramas simples.

Carga horária: 4 horas
Número de exercícios: 20
Tempo médio por exercício: 12 minutos
Total: 20 × 12 min = 240 min = 4 horas

Entrega: na aula seguinte.
Forma de entrega: atividade manuscrita, feita de próprio punho, com cálculos desenvolvidos, diagramas esboçados e indicação das fontes consultadas.

Distribuição da atividade complementar

Bloco	Tema	Nº de exercícios	Tempo estimado
1	Conceito de carregamento transversal	3	36 min
2	Apoios, reações e equilíbrio	4	48 min
3	Esforço cortante interno	3	36 min
4	Momento fletor interno	3	36 min
5	Diagramas de cortante e momento fletor	5	60 min
6	Interpretação conceitual	2	24 min
Total		**20 exercícios**	**240 min / 4 h**

7. Lista de exercícios — Aula 6

Bloco 1 — Conceito de carregamento transversal

1. Explique, com suas palavras, o que é carregamento transversal em uma viga.
2. Cite três exemplos práticos de vigas submetidas a carregamento transversal.
3. Qual é a diferença entre flexão pura e carregamento transversal?

Bloco 2 — Apoios, reações e equilíbrio

4. Explique a diferença entre apoio móvel, apoio articulado e engaste.
5. Uma viga biapoiada possui carga vertical concentrada de $P = 12\ kN$ aplicada exatamente no meio do vão. O comprimento da viga é $L = 3{,}0\ m$. Determine as reações verticais nos apoios.
6. Uma viga biapoiada de $L = 6{,}0\ m$ recebe uma carga concentrada de $P = 18\ kN$ aplicada a $2{,}0\ m$ do apoio esquerdo. Determine as reações verticais nos apoios.
7. Por que o equilíbrio de momentos é necessário para determinar as reações de apoio em vigas?

Bloco 3 — Esforço cortante interno

8. O que representa o esforço cortante interno em uma viga?
9. Em uma viga biapoiada com carga concentrada central, por que o esforço cortante muda de sinal ao passar pelo ponto de aplicação da carga?
10. Para a viga do exercício 5, determine o esforço cortante nos trechos à esquerda e à direita da carga.

Bloco 4 — Momento fletor interno

11. O que representa o momento fletor interno em uma viga?
12. Para a viga do exercício 5, determine o momento fletor máximo.
13. Para uma viga biapoiada com carga concentrada central, por que o momento fletor é nulo nos apoios simples?

Bloco 5 — Diagramas de cortante e momento fletor

14. Esboce o diagrama de esforço cortante da viga do exercício 5.
15. Esboce o diagrama de momento fletor da viga do exercício 5.
16. Esboce o diagrama de esforço cortante da viga do exercício 6.
17. Esboce o diagrama de momento fletor da viga do exercício 6.
18. Em um diagrama de esforço cortante, o que representa um salto vertical?

Bloco 6 — Interpretação conceitual

19. Explique a relação entre esforço cortante e momento fletor.
20. Por que a construção dos diagramas de esforço cortante e momento fletor é necessária antes do dimensionamento de uma viga?

8. Fechamento da Aula 6

Mensagem final recomendada:

No carregamento transversal, a viga desenvolve esforço cortante e momento fletor ao longo do seu comprimento. O esforço cortante representa a tendência de deslizamento entre partes da viga, enquanto o momento fletor representa a tendência de curvatura. Os diagramas de cortante e momento permitem identificar os pontos mais solicitados da estrutura.

Atividade Extra — Ftool

Modelagem de viga biapoiada com carga individualizada

Pontuação: até 1,0 ponto extra na AV2
Natureza: atividade opcional de aprofundamento

Software: Ftool
Objeto de análise: viga biapoiada retangular com carga concentrada no meio do vão.

O **Ftool** é um software gráfico-interativo para análise de estruturas planas, desenvolvido em parceria com Tecgraf/PUC-Rio e Marlin. O portal oficial disponibiliza a página de download do programa.

Link oficial para download: página **Download — Ftool**.

1. Dados da viga

A viga a ser modelada terá as seguintes características:

• **Tipo de estrutura:** viga biapoiada.
• **Comprimento total:**

$$L = 3{,}0\ m$$

• **Apoio esquerdo:** articulado.
• **Apoio direito:** móvel.
• **Seção transversal:** retangular.
• **Carga:** concentrada vertical, aplicada no meio do vão.
• **Posição da carga:**

$$x = 1{,}5\ m$$

• **Sentido da carga:** vertical para baixo.

Para facilitar a modelagem, adotar seção retangular:

$$b = 0{,}10\ m$$
$$h = 0{,}20\ m$$

2. Regra para determinar a carga pontual individual

A carga concentrada Pserá determinada a partir do **nome completo do aluno**, conforme a correspondência:

Letra	Valor	Letra	Valor	Letra	Valor
A	1	J	10	S	19
B	2	K	11	T	20
C	3	L	12	U	21
D	4	M	13	V	22
E	5	N	14	W	23
F	6	O	15	X	24

Letra	**Valor**	**Letra**	**Valor**	**Letra**	**Valor**
G	7	P	16	Y	25
H	8	Q	17	Z	26
I	9	R	18		

Regras de padronização:

- usar o nome completo conforme consta na lista de chamada;
- desconsiderar espaços;
- desconsiderar acentos;
- considerar “Ç” como “C”;
- considerar preposições, como “de”, “da”, “dos” e “das”;
- não considerar pontos, hífens ou outros sinais gráficos;
- somar todas as letras normalmente, inclusive letras repetidas.

Depois de obter a soma S, a carga será:

$$P = \frac{S}{10}$$

com Pem kN.

3. Exemplo com o nome Alexandre Simas de Medeiros

Nome utilizado:

Alexandre Simas de Medeiros

Cálculo por partes:

Nome	**Soma das letras**
Alexandre	84
Simas	61
de	9
Medeiros	88
Total S	**242**

Logo:

$$S = 242$$
$$P = \frac{S}{10}$$
$$P = \frac{242}{10}$$
$$P = 24{,}2\ kN$$

Portanto, para o exemplo **Alexandre Simas de Medeiros**, a carga concentrada a ser aplicada no meio da viga é:

$$P = 24{,}2\ kN$$

vertical para baixo.

4. Conferência manual esperada para o exemplo

Como a viga é biapoiada, tem $L = 3{,}0\ m$e a carga está no meio do vão, as reações verticais são iguais:

$$R_A = R_B = \frac{P}{2}$$
$$R_A = R_B = \frac{24{,}2}{2}$$
$$R_A = R_B = 12{,}1\ kN$$

O momento fletor máximo ocorre no meio do vão:

$$M_{\max} = \frac{PL}{4}$$
$$M_{\max} = \frac{24{,}2 \times 3{,}0}{4}$$
$$M_{\max} = 18{,}15\ kN \cdot m$$

Assim, para esse exemplo, os resultados esperados são:

Grandeza	Valor esperado
Carga concentrada P	$24{,}2\ kN$
Reação no apoio esquerdo R_A	$12{,}1\ kN$
Reação no apoio direito R_B	$12{,}1\ kN$
Momento fletor máximo $M_{\max}$	$18{,}15\ kN \cdot m$

5. Tutorial básico para montar a viga no Ftool

Passo 1 — Instalar e abrir o Ftool

Baixar o programa na página oficial de download do Ftool.

Após a instalação, abrir o programa e iniciar um novo modelo.

Passo 2 — Configurar as unidades

Utilizar, preferencialmente:

• comprimento em metros: m;
• força em quilonewtons: kN;
• momento em $kN \cdot m$.

Essa escolha facilita a comparação com os cálculos manuais.

Passo 3 — Criar os nós da viga

Criar dois nós:

$$A = (0,0)$$
$$B = (3,0)$$

Esses nós representam as extremidades da viga de 3 m.

Passo 4 — Criar a barra

Criar uma barra ligando o nó Aao nó B.

A viga ficará horizontal, com comprimento total de:

$$L = 3,0\ m$$

Passo 5 — Inserir os apoios

No nó esquerdo A, inserir um **apoio articulado**, restringindo deslocamento horizontal e vertical.

No nó direito B, inserir um **apoio móvel**, restringindo apenas o deslocamento vertical.

Essa configuração representa uma viga biapoiada isostática.

Passo 6 — Definir a seção retangular

Criar ou selecionar uma seção retangular com:

$$b = 0,10\ m$$

$$h = 0{,}20\ m$$

Para o objetivo desta atividade, a seção retangular facilita a visualização do modelo. As reações e os diagramas de esforço cortante e momento fletor de uma viga isostática dependem do carregamento e dos apoios, não da seção. A seção será mais relevante para análises de tensão e deslocamento.

Passo 7 — Definir o material

Pode-se adotar um material genérico ou aço.

Sugestão:

$$E = 200\ GPa$$

Para reações e diagramas de esforços internos em viga isostática, o módulo de elasticidade não altera os valores de cortante e momento fletor. Ele será relevante se o aluno visualizar deslocamentos/deformada.

Passo 8 — Inserir a carga concentrada

Inserir uma carga pontual no meio da viga:

$$x = 1{,}5\ m$$

A carga deve ser vertical para baixo.

Para o exemplo com o nome **Alexandre Simas de Medeiros**:

$$P = 24{,}2\ kN$$

Logo, inserir uma carga vertical de:

$$24{,}2\ kN$$

para baixo.

Dependendo da convenção do programa, a carga para baixo pode precisar ser inserida com sinal negativo na direção vertical.

Passo 9 — Processar a estrutura

Após inserir geometria, apoios, seção, material e carga:

1. Processar/calcular a estrutura.
2. Visualizar as reações de apoio.
3. Visualizar o diagrama de esforço cortante.
4. Visualizar o diagrama de momento fletor.
5. Opcionalmente, visualizar a deformada.

6. Resultados que o aluno deve apresentar

O relatório da atividade deve conter:

1. Nome completo utilizado no cálculo.
2. Tabela ou demonstração da soma das letras.
3. Valor de S.
4. Valor da carga individual:

$$P = \frac{S}{10}$$

5. Imagem ou registro do modelo estrutural no Ftool.
6. Reações de apoio fornecidas pelo Ftool.
7. Diagrama de esforço cortante.
8. Diagrama de momento fletor.
9. Cálculo manual das reações de apoio.
10. Cálculo manual do momento fletor máximo.
11. Comparação entre os resultados manuais e os resultados obtidos no Ftool.
12. Fontes consultadas.

7. Critério de pontuação — até 1,0 ponto extra na AV2

Critério	Pontuação
Cálculo correto da carga individual pelo nome completo	0,15
Modelagem correta da viga biapoiada no Ftool	0,20
Inserção correta dos apoios, seção e carga concentrada	0,15
Apresentação das reações e dos diagramas de cortante e momento fletor	0,20
Comparação entre cálculo manual e Ftool	0,20
Organização, clareza e indicação das fontes consultadas	0,10
Total	**1,00 ponto extra**

Semana 8 (22/06/2026 - 26/06/2026)

Plano de Aula — Aula 7

Disciplina: Resistência dos Materiais
Aula: 7
Tema: Análise das tensões e deformações: estado plano de tensões, tensões principais e Círculo de Mohr
Carga horária total: 8 horas
Aula presencial: 4 horas
Atividade complementar: 4 horas

1. Objetivo geral

Apresentar a análise das tensões e deformações em elementos estruturais, mostrando que um mesmo ponto do material pode estar submetido simultaneamente a tensões normais e cisalhantes, e introduzir o Círculo de Mohr como ferramenta gráfica para interpretação das tensões principais e da tensão cisalhante máxima.

2. Objetivos específicos

Ao final da Aula 7, espera-se que o discente seja capaz de:

1. Diferenciar tensão normal e tensão cisalhante.
2. Reconhecer situações em que diferentes tipos de tensão atuam simultaneamente em um elemento estrutural.
3. Compreender o conceito de estado de tensão em um ponto.
4. Identificar as tensões σ_x, σ_y e τ_{xy} em um elemento diferencial.
5. Compreender que as tensões podem variar conforme o plano interno analisado.
6. Interpretar o significado físico das tensões principais.
7. Reconhecer que, nos planos principais, a tensão cisalhante é nula.
8. Interpretar o significado físico da tensão cisalhante máxima.
9. Compreender o Círculo de Mohr como representação gráfica do estado plano de tensões.
10. Determinar, em casos simples, o centro e o raio do Círculo de Mohr.
11. Relacionar o centro e o raio do Círculo de Mohr às tensões principais.
12. Diferenciar deformação normal e deformação angular.
13. Relacionar tensão e deformação de forma qualitativa em barras, vigas, eixos e ligações.

3. Conteúdo programático da Aula 7

3.1 Retomada dos conteúdos anteriores

• Tensão normal média:

$$\sigma = \frac{N}{A}$$

• Tensão cisalhante média:

$$\tau = \frac{V}{A}$$

• Tensão cisalhante por torção.
• Tensão normal na flexão.
• Esforço normal.
• Esforço cortante.
• Momento torçor.
• Momento fletor.
• Diagramas de esforço cortante e momento fletor.

Mensagem de transição:

Até agora, estudamos tensões associadas a solicitações específicas: tração, compressão, cisalhamento, torção e flexão. Agora vamos observar o que ocorre em um ponto do material quando essas tensões podem atuar de forma combinada.

3.2 Estado de tensão em um ponto

O estado de tensão representa o conjunto de tensões que atuam ao redor de um ponto do material.

Em estado plano de tensões, utilizam-se normalmente:

$$\sigma_x$$
$$\sigma_y$$
$$\tau_{xy}$$

Onde:

• σ_xé a tensão normal associada à direção x;
• σ_yé a tensão normal associada à direção y;
• τ_{xy}é a tensão cisalhante no plano xy.

Formulação didática:

O estado de tensão mostra como um ponto do material está sendo solicitado internamente, e não apenas como a peça inteira está carregada.

3.3 Tensão normal e tensão cisalhante

A **tensão normal** atua perpendicularmente ao plano considerado e está associada a:

- tração;
- compressão;
- flexão.

A **tensão cisalhante** atua tangencialmente ao plano considerado e está associada a:

- corte direto;
- pinos e parafusos;
- torção;
- carregamento transversal em vigas.

Quadro síntese:

Tipo de tensão	Efeito físico	Exemplos
Tensão normal	Alongar ou encurtar	barra tracionada, pilar comprimido, viga fletida
Tensão cisalhante	Deslizar ou distorcer	parafuso cisalhado, eixo torcido, viga com cortante

3.4 Tensões em planos inclinados

As tensões em um ponto podem mudar quando se analisa um plano inclinado dentro do material.

Formulação didática:

Um mesmo ponto pode apresentar diferentes combinações de tensão normal e cisalhante dependendo da inclinação do plano analisado.

As equações completas de transformação podem ser apresentadas, mas o foco da aula será a interpretação física e gráfica por meio do Círculo de Mohr.

3.5 Tensões principais

As tensões principais são as tensões normais máxima e mínima que atuam em planos onde a tensão cisalhante é nula.

As tensões principais são dadas por:

$$\sigma_1 = C + R$$
$$\sigma_2 = C - R$$

Onde:

$$C = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$$
$$R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

Interpretação:

• σ_1é a maior tensão principal;
• σ_2é a menor tensão principal;
• nos planos principais, a tensão cisalhante é nula.

3.6 Tensão cisalhante máxima

A tensão cisalhante máxima no estado plano de tensões é dada pelo raio do Círculo de Mohr:

$$\tau_{\max} = R$$

Interpretação:

A tensão cisalhante máxima representa a maior tendência de deslizamento interno no ponto analisado.

3.7 Círculo de Mohr

O Círculo de Mohr é uma ferramenta gráfica para representar o estado plano de tensões.

Elementos principais:

$$C = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$$
$$R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

Com isso:

$$\sigma_1 = C + R$$
$$\sigma_2 = C - R$$
$$\tau_{\max} = R$$

Interpretação gráfica:

• o centro do círculo representa a tensão normal média;
• o raio representa a variação máxima das tensões;
• os extremos horizontais indicam as tensões principais;
• os extremos verticais indicam a tensão cisalhante máxima.

3.8 Deformações

A deformação normal está associada ao alongamento ou encurtamento:

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L}$$

A deformação angular está associada à mudança de forma do elemento, como ocorre em cisalhamento e torção.

Quadro síntese:

Tipo de deformação	Significado	Exemplo
Deformação normal	Alongamento ou encurtamento	barra tracionada ou comprimida
Deformação angular	Mudança de forma/distorção	elemento submetido a cisalhamento

4. Organização temporal — aula presencial de 4 horas

Etapa	Conteúdo	Tempo
1	Retomada das tensões já estudadas: normal, cisalhante, flexão e torção	15 min
2	Estado de tensão em um ponto	25 min
3	Tensão normal e tensão cisalhante	25 min
4	Tensões em planos inclinados — interpretação física	25 min
5	Tensões principais	25 min
6	Tensão cisalhante máxima	25 min
7	Círculo de Mohr: centro, raio e interpretação	35 min
8	Exemplo guiado com Círculo de Mohr	35 min
9	Deformação normal e deformação angular	25 min
10	Exercício integrador conceitual em sala	25 min
11	Fechamento e conexão com a Aula 8	5 min
Total		**4 h**

5. Exemplo guiado em sala

Exemplo — Estado plano de tensões e Círculo de Mohr

Em um ponto de um elemento estrutural, o estado plano de tensões é dado por:

$$\sigma_x = 80\,MPa$$
$$\sigma_y = 20\,MPa$$
$$\tau_{xy} = 30\,MPa$$

Determine:

a) o centro do Círculo de Mohr;
b) o raio do Círculo de Mohr;
c) as tensões principais;
d) a tensão cisalhante máxima;
e) interprete fisicamente os resultados.

Resolução esperada — para uso do professor

Centro do Círculo de Mohr:

$$C = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$$
$$C = \frac{80 + 20}{2}$$
$$C = 50\,MPa$$

Raio:

$$R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$
$$R = \sqrt{\left(\frac{80 - 20}{2}\right)^2 + 30^2}$$
$$R = \sqrt{30^2 + 30^2}$$
$$R = \sqrt{1800}$$
$$R \approx 42{,}43\,MPa$$

Tensões principais:

$$\sigma_1 = C + R$$
$$\sigma_1 = 50 + 42{,}43$$
$$\sigma_1 \approx 92{,}43\,MPa$$
$$\sigma_2 = C - R$$
$$\sigma_2 = 50 - 42{,}43$$
$$\sigma_2 \approx 7{,}57\,MPa$$

Tensão cisalhante máxima:

$$\tau_{\max} = R$$
$$\tau_{\max} \approx 42{,}43\ MPa$$

Interpretação:

No ponto analisado, existem planos nos quais a tensão cisalhante é nula e atuam apenas tensões normais principais. A maior tensão normal principal é aproximadamente $92{,}43\ MPa$, enquanto a maior tensão cisalhante é aproximadamente $42{,}43\ MPa$.

6. Exercício integrador em sala

Exercício — Identificação das tensões e deformações

Considere as seguintes situações:

1. Uma barra metálica tracionada por uma força axial.
2. Um pilar curto submetido à compressão.
3. Um parafuso ligando duas chapas que tendem a deslizar.
4. Um eixo circular submetido à torção.
5. Uma viga biapoiada submetida a carga transversal.

Para cada situação, indique:

a) tipo principal de solicitação;
b) tipo de tensão predominante: normal ou cisalhante;
c) tipo de deformação esperada: alongamento, encurtamento, distorção, rotação ou curvatura;
d) possibilidade de combinação de tensões;
e) importância da análise das tensões e deformações para a segurança da peça.

Resolução esperada — para uso do professor

Situação	Solicitação principal	Tensão predominante	Deformação esperada
Barra tracionada	Carregamento axial	Normal	Alongamento
Pilar comprimido	Compressão axial	Normal	Encurtamento
Parafuso entre chapas	Cisalhamento direto	Cisalhante	Corte/deslizamento
Eixo torcido	Torção	Cisalhante	Rotação entre seções
Viga com carga transversal	Flexão + cortante	Normal e cisalhante	Curvatura e cisalhamento

7. Atividade complementar — 4 horas

A atividade complementar da Aula 7 será composta por exercícios conceituais e aplicações simples de interpretação do Círculo de Mohr.

Carga horária: 4 horas
Número de exercícios: 20
Tempo médio por exercício: 12 minutos
Total: 20 × 12 min = 240 min = 4 horas

Entrega: na aula seguinte.
Forma de entrega: atividade manuscrita, feita de próprio punho, com respostas justificadas, cálculos simples quando solicitados e indicação das fontes consultadas.

Distribuição da atividade complementar

Bloco	Tema	Nº de exercícios	Tempo estimado
1	Revisão dos tipos de tensão	4	48 min
2	Estado de tensão em um ponto	3	36 min
3	Tensões principais e cisalhamento máximo	4	48 min
4	Círculo de Mohr — interpretação e cálculo simples	4	48 min
5	Deformações	3	36 min
6	Síntese aplicada	2	24 min
Total		**20 exercícios**	**240 min / 4 h**

8. Lista de exercícios — Aula 7

Bloco 1 — Revisão dos tipos de tensão

1. Explique a diferença entre tensão normal e tensão cisalhante.
2. Cite dois exemplos de situações em que predomina tensão normal.
3. Cite dois exemplos de situações em que predomina tensão cisalhante.
4. Em uma viga submetida a carregamento transversal, podem existir tensão normal e tensão cisalhante ao mesmo tempo? Justifique.

Bloco 2 — Estado de tensão em um ponto

5. O que significa analisar o estado de tensão em um ponto do material?
6. Por que uma mesma peça pode apresentar diferentes tipos de tensão em regiões diferentes?

7. Explique por que uma análise mais completa pode exigir a verificação de mais de um tipo de tensão.

Bloco 3 — Tensões principais e cisalhamento máximo

8. O que são tensões principais?
9. O que ocorre com a tensão cisalhante nos planos principais?
10. O que representa a tensão cisalhante máxima?
11. Explique por que a identificação da maior tensão normal e da maior tensão cisalhante pode ser importante para avaliar a segurança de uma peça.

Bloco 4 — Círculo de Mohr — interpretação e cálculo simples

12. O que representa o centro do Círculo de Mohr?
13. O que representa o raio do Círculo de Mohr?
14. Para um estado plano de tensões com:

$$\sigma_x = 60\,MPa$$
$$\sigma_y = 20\,MPa$$
$$\tau_{xy} = 0$$

determine o centro C, o raio R, σ_1, σ_2e $\tau_{\max}$.

15. Para um estado plano de tensões com:

$$\sigma_x = 50\,MPa$$
$$\sigma_y = 10\,MPa$$
$$\tau_{xy} = 20\,MPa$$

determine apenas o centro Ce o raio Rdo Círculo de Mohr.

Bloco 5 — Deformações

16. O que é deformação normal?
17. O que é deformação angular?
18. Qual é a diferença entre alongamento, encurtamento e distorção?

Bloco 6 — Síntese aplicada

19. Compare uma barra tracionada, um eixo torcido e uma viga fletida quanto ao tipo de tensão predominante e ao tipo de deformação esperada.
20. Explique por que a análise das tensões e deformações é importante para evitar falhas estruturais.

Semana 9 (29/06/2026 - 03/07/2026)

Plano de Aula — Aula 8

Disciplina: Resistência dos Materiais
Aula: 8
Tema: Deflexão de vigas por integração e flambagem de colunas
Carga horária total: 8 horas
Aula presencial: 4 horas
Atividade complementar: 4 horas

1. Objetivo geral

Apresentar o comportamento global de elementos estruturais submetidos à flexão e à compressão, introduzindo o cálculo de deflexões de vigas por integração da equação da linha elástica e o conceito de flambagem de colunas como fenômeno de instabilidade estrutural.

2. Objetivos específicos

Ao final da Aula 8, espera-se que o discente seja capaz de:

1. Compreender que uma viga pode estar segura quanto à tensão, mas apresentar deslocamento excessivo.
2. Diferenciar tensão, deformação e deslocamento estrutural.
3. Compreender o conceito de deflexão em vigas.
4. Reconhecer a linha elástica como a forma deformada da viga.
5. Relacionar momento fletor, rigidez à flexão e curvatura.
6. Identificar a equação básica da linha elástica.
7. Aplicar, de forma introdutória, a integração da equação da linha elástica em casos simples.
8. Reconhecer condições de contorno em vigas simples.
9. Compreender que colunas comprimidas podem falhar por instabilidade antes do esmagamento do material.
10. Diferenciar compressão simples e flambagem.
11. Compreender o conceito de carga crítica de Euler.
12. Reconhecer a influência do comprimento, do módulo de elasticidade, do momento de inércia e das condições de apoio na flambagem.
13. Interpretar o comprimento efetivo de flambagem.
14. Compreender o índice de esbeltez em nível introdutório.
15. Relacionar deflexão e flambagem à segurança e ao desempenho estrutural.

3. Conteúdo programático da Aula 8

3.1 Retomada dos conteúdos anteriores

• Carregamento transversal.
• Esforço cortante.
• Momento fletor.
• Diagrama de momento fletor.
• Tensão normal na flexão:

$$\sigma = \frac{My}{I}$$

• Momento de inércia de área.
• Módulo de elasticidade.
• Compressão axial.

Mensagem de transição:

Nas aulas anteriores, verificamos tensões e esforços internos. Nesta aula, vamos observar dois aspectos globais do comportamento estrutural: quanto a viga desloca e quando uma coluna comprimida perde estabilidade.

3.2 Deflexão de vigas

A deflexão é o deslocamento transversal de uma viga submetida a carregamento.

Exemplos:

• uma prateleira que entorta sob peso;
• uma ponte que apresenta deslocamento vertical;
• uma régua apoiada nas extremidades carregada no meio;
• uma viga de piso submetida a carregamento distribuído.

Formulação didática:

Uma viga pode não romper, mas ainda assim deformar excessivamente e deixar de cumprir sua função.

3.3 Linha elástica

A linha elástica é a curva que representa o eixo deformado da viga após a aplicação do carregamento.

Conceitos principais:

- a viga inicialmente reta passa a apresentar curvatura;
- a deflexão é o deslocamento vertical da linha elástica;
- a inclinação representa a rotação da seção;
- a curvatura depende do momento fletor e da rigidez à flexão.

3.4 Equação da linha elástica

Para pequenas deformações, a equação básica pode ser apresentada como:

$$EI\frac{d^2v}{dx^2} = M(x)$$

Onde:

- Eé o módulo de elasticidade;
- Ié o momento de inércia da seção;
- $v(x)$é a deflexão da viga;
- $M(x)$é o momento fletor ao longo da viga;
- EIé a rigidez à flexão.

A partir dela:

$$EI\frac{dv}{dx} = \int M(x)\,dx + C_1$$
$$EIv(x) = \int\int M(x)\,dx\,dx + C_1x + C_2$$

Interpretação:

- integrar uma vez fornece a inclinação;
- integrar duas vezes fornece a deflexão;
- as constantes de integração são obtidas pelas condições de contorno.

3.5 Condições de contorno

As condições de contorno dependem dos apoios.

Exemplos simples:

Em apoio simples:

$$v = 0$$

No engaste:

$$v = 0$$
$$\frac{dv}{dx} = 0$$

Formulação didática:

As condições de contorno traduzem matematicamente o que o apoio impede: deslocamento, rotação ou ambos.

3.6 Flambagem de colunas

A flambagem é um fenômeno de instabilidade que pode ocorrer em elementos comprimidos esbeltos.

Exemplos:

- régua comprimida pelas extremidades;
- pilar muito esbelto;
- haste comprimida;
- coluna metálica longa;
- elemento vertical comprimido em uma estrutura.

Formulação didática:

Na compressão simples, a preocupação é o esmagamento do material. Na flambagem, a preocupação é a perda de estabilidade lateral da coluna.

3.7 Carga crítica de Euler

Para uma coluna ideal, a carga crítica de flambagem pode ser expressa por:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2}$$

Onde:

- P_{cr}é a carga crítica de flambagem;
- Eé o módulo de elasticidade;
- Ié o menor momento de inércia da seção;
- Lé o comprimento real da coluna;

• Ké o fator de comprimento efetivo;
• KLé o comprimento efetivo de flambagem.

Interpretação:

• quanto maior E, maior a carga crítica;
• quanto maior I, maior a carga crítica;
• quanto maior L, menor a carga crítica;
• quanto maior K, menor a carga crítica.

3.8 Comprimento efetivo e condições de apoio

As condições de apoio alteram o comprimento efetivo de flambagem.

Exemplos didáticos:

Condição da coluna	**Interpretação**	**Tendência**
Articulada-articulada	extremidades livres para girar	caso básico
Engastada-livre	comportamento mais crítico	menor carga crítica
Engastada-engastada	maior restrição à rotação	maior carga crítica
Engastada-articulada	situação intermediária	carga crítica intermediária

3.9 Índice de esbeltez

O índice de esbeltez pode ser apresentado como:

$$\lambda = \frac{KL}{r}$$

Onde:

$$r = \sqrt{\frac{I}{A}}$$

• λé o índice de esbeltez;
• ré o raio de giração;
• Aé a área da seção transversal.

Interpretação:

Quanto mais esbelta a coluna, maior a tendência à flambagem.

4. Organização temporal — aula presencial de 4 horas

Etapa	Conteúdo	Tempo
1	Retomada: flexão, momento fletor, E, Ie compressão axial	15 min
2	Conceito de deflexão de vigas	20 min
3	Linha elástica e interpretação da deformada	20 min
4	Equação da linha elástica $EIv'' = M(x)$	30 min
5	Integração da linha elástica e condições de contorno	35 min
6	Exemplo guiado de deflexão por integração	30 min
7	Conceito de flambagem de colunas	25 min
8	Carga crítica de Euler	30 min
9	Comprimento efetivo, condições de apoio e esbeltez	30 min
10	Exercício integrador em sala	35 min
11	Fechamento geral da disciplina	10 min
Total		**4 h**

5. Exemplo guiado em sala

Exemplo A — Deflexão por integração em viga simples

Considere uma viga em balanço de comprimento L, engastada em $x = 0$, com uma carga concentrada Paplicada na extremidade livre $x = L$.

O momento fletor interno em uma seção a uma distância $x$do engaste é:

$$M(x) = -P(L - x)$$

A equação da linha elástica é:

$$EI\frac{d^2v}{dx^2} = -P(L - x)$$

Integrando uma vez:

$$EI\frac{dv}{dx} = -P\left(Lx - \frac{x^2}{2}\right) + C_1$$

Integrando novamente:

$$EIv(x) = -P\left(\frac{Lx^2}{2} - \frac{x^3}{6}\right) + C_1x + C_2$$

Condições de contorno no engaste:

$$v(0) = 0$$
$$\frac{dv}{dx}(0) = 0$$

Logo:

$$C_1 = 0$$
$$C_2 = 0$$

Deflexão na extremidade livre:

$$v(L) = -\frac{PL^3}{3EI}$$

Em módulo:

$$\delta_{\max} = \frac{PL^3}{3EI}$$

Interpretação:

A deflexão aumenta com a carga e com o comprimento, mas diminui quando aumentam o módulo de elasticidade e o momento de inércia da seção.

Exemplo B — Flambagem de coluna articulada-articulada

Uma coluna de aço articulada nas duas extremidades possui:

$$E = 200\ GPa$$
$$I = 8 \times 10^6\ mm^4$$
$$L = 3{,}0\ m$$

Considere:

$$K = 1{,}0$$

Determine a carga crítica de Euler.

Conversões:

$$E = 200\,000\ N/mm^2$$
$$L = 3{,}0\ m = 3000\ mm$$

Carga crítica:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2}$$
$$P_{cr} = \frac{\pi^2 (200000)(8 \times 10^6)}{(1{,}0 \times 3000)^2}$$
$$P_{cr} \approx 1\,754\,596\ N$$
$$P_{cr} \approx 1754{,}6\ kN$$

Interpretação:

Se a carga axial de compressão aplicada se aproxima da carga crítica, a coluna pode perder estabilidade lateral por flambagem, mesmo que a tensão média de compressão ainda não tenha atingido a resistência de esmagamento do material.

6. Exercício integrador em sala

Exercício — Deslocamento e estabilidade

Considere duas situações estruturais:

Situação 1 — Viga em balanço

Uma viga em balanço possui:

$$P = 5\ kN$$
$$L = 2{,}0\ m$$
$$E = 200\ GPa$$
$$I = 12 \times 10^6\ mm^4$$

Determine a deflexão máxima na extremidade livre usando:

$$\delta_{\max} = \frac{PL^3}{3EI}$$

Situação 2 — Coluna comprimida

Uma coluna articulada-articulada possui:

$$E = 200\ GPa$$

$$I = 10 \times 10^6 \, mm^4$$
$$L = 3{,}0 \, m$$
$$K = 1{,}0$$

Determine a carga crítica de Euler usando:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2}$$

Resolução esperada — para uso do professor

Situação 1 — Viga em balanço

Conversões:

$$P = 5 \, kN = 5000 \, N$$
$$L = 2{,}0 \, m = 2000 \, mm$$
$$E = 200 \, GPa = 200000 \, N/mm^2$$
$$I = 12 \times 10^6 \, mm^4$$

Deflexão:

$$\delta_{\max} = \frac{PL^3}{3EI}$$
$$\delta_{\max} = \frac{5000(2000)^3}{3(200000)(12 \times 10^6)}$$
$$\delta_{\max} = \frac{5000(8 \times 10^9)}{7{,}2 \times 10^{12}}$$
$$\delta_{\max} \approx 5{,}56 \, mm$$

Situação 2 — Coluna comprimida

Conversões:

$$E = 200000 \, N/mm^2$$
$$L = 3000 \, mm$$

Carga crítica:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2}$$

$$P_{cr} = \frac{\pi^2(200000)(10 \times 10^6)}{(1{,}0 \times 3000)^2}$$
$$P_{cr} \approx 2\,193\,245\ N$$
$$P_{cr} \approx 2193{,}2\ kN$$

7. Atividade complementar — 4 horas

A atividade complementar da Aula 8 será composta por exercícios conceituais e aplicações numéricas simples sobre deflexão de vigas e flambagem de colunas.

Carga horária: 4 horas
Número de exercícios: 20
Tempo médio por exercício: 12 minutos
Total: 20 × 12 min = 240 min = 4 horas

Entrega: na data definida para encerramento do bloco ou no dia da AV2, conforme cronograma da disciplina.
Forma de entrega: atividade manuscrita, feita de próprio punho, com respostas justificadas, cálculos desenvolvidos e indicação das fontes consultadas.

Distribuição da atividade complementar

Bloco	Tema	Nº de exercícios	Tempo estimado
1	Conceitos de deflexão e linha elástica	4	48 min
2	Deflexão por integração — interpretação	3	36 min
3	Cálculos simples de deflexão	3	36 min
4	Conceito de flambagem	4	48 min
5	Carga crítica de Euler	4	48 min
6	Síntese final da disciplina	2	24 min
Total		**20 exercícios**	**240 min / 4 h**

8. Lista de exercícios — Aula 8

Bloco 1 — Conceitos de deflexão e linha elástica

1. Explique, com suas palavras, o que é deflexão em uma viga.
2. O que é a linha elástica de uma viga?
3. Uma viga pode estar segura quanto à tensão e, ainda assim, apresentar deslocamento excessivo? Justifique.
4. Explique a diferença entre tensão, deformação e deslocamento estrutural.

Bloco 2 — Deflexão por integração — interpretação

5. Qual é o significado da equação:

$$EI \frac{d^2v}{dx^2} = M(x)$$

6. O que representa a grandeza EIem uma viga?
7. Por que as condições de contorno são necessárias no cálculo de deflexões por integração?

Bloco 3 — Cálculos simples de deflexão

8. Uma viga em balanço possui carga concentrada na extremidade livre. Sabendo que:

$$P = 4\,kN$$
$$L = 1{,}5\,m$$
$$E = 200\,GPa$$
$$I = 10 \times 10^6\,mm^4$$

determine a deflexão máxima usando:

$$\delta_{\text{max}} = \frac{PL^3}{3EI}$$

9. Mantendo P, Ee Iconstantes, o que acontece com a deflexão quando o comprimento Lda viga aumenta?
10. Mantendo P, Le Econstantes, o que acontece com a deflexão quando o momento de inércia Iaumenta?

Bloco 4 — Conceito de flambagem

11. Explique o que é flambagem em colunas.
12. Qual é a diferença entre esmagamento por compressão e flambagem?
13. Por que colunas longas e esbeltas são mais sensíveis à flambagem?
14. Cite dois exemplos práticos de elementos que podem falhar por flambagem.

Bloco 5 — Carga crítica de Euler

15. Explique o significado físico da carga crítica de Euler.

16. Uma coluna articulada-articulada possui:

$$E = 200\ GPa$$
$$I = 6 \times 10^6\ mm^4$$
$$L = 2{,}5\ m$$
$$K = 1{,}0$$

Determine a carga crítica de Euler:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2}$$

17. Mantendo E, I e K constantes, o que acontece com P_{cr} quando o comprimento da coluna aumenta?
18. Mantendo E, L e K constantes, o que acontece com P_{cr} quando o momento de inércia da seção aumenta?

Bloco 6 — Síntese final da disciplina

19. Explique por que a verificação de uma estrutura não deve considerar apenas as tensões, mas também deslocamentos e estabilidade.
20. Relacione os principais conteúdos estudados na disciplina: tensão normal, tensão cisalhante, torção, flexão, deflexão e flambagem.

Semana 10 (06/07/2026 - 10/07/2026)

Avaliação 2 (AV2): (06/07/2026)

A segunda avaliação da disciplina, denominada **AV2**, será composta por duas partes: atividades complementares e prova objetiva.

As **atividades complementares** desenvolvidas ao longo das Aulas 5 a 8 valerão, em conjunto, **4,0 pontos** da nota da AV2. Para obtenção da pontuação integral, o discente deverá entregar todas as atividades complementares propostas, realizadas **de próprio punho**, com desenvolvimento legível, organização adequada e indicação das fontes consultadas para elaboração das respostas.

A **prova objetiva da AV2** valerá **6,0 pontos** e será composta por **20 questões objetivas**, contemplando os conteúdos trabalhados nas Aulas 5 a 8. Cada questão valerá **0,30 ponto**.

Assim, a composição regular da AV2 será:

$$\text{Nota da AV2} = \text{Atividades Complementares} + \text{Prova Objetiva}$$
$$\text{Nota da AV2} = 4{,}0 + 6{,}0 = 10{,}0$$

Além da pontuação regular, será disponibilizada uma **Atividade Extra com o software Ftool**, valendo até **1,0 ponto extra na AV2**. A pontuação extra será acrescida à nota da AV2, respeitando o limite máximo de nota definido pela disciplina.

Composição da AV2

Componente	Valor
Atividades complementares das Aulas 5 a 8	4,0 pontos
Prova objetiva AV2	6,0 pontos
Total regular da AV2	**10,0 pontos**
Atividade Extra — Ftool	até 1,0 ponto extra

Distribuição da pontuação das atividades complementares

Atividade	Conteúdo	Valor
Atividade Complementar 5	Aula 5 — Flexão pura	1,0 ponto
Atividade Complementar 6	Aula 6 — Carregamento transversal	1,0 ponto
Atividade Complementar 7	Aula 7 — Análise das tensões e deformações	1,0 ponto
Atividade Complementar 8	Aula 8 — Deflexão de vigas e flambagem de colunas	1,0 ponto
Total		**4,0 pontos**

Semana 11 (13/07/2026 - 17/07/2026)

Segunda Chamada: (13/07/2026)

- **Conteúdo:** Abrange todo o conteúdo da disciplina (Aulas 1 a 8).
- **Formato:** Prova escrita individual para alunos que perderam a AV1 ou AV2.

Cronograma simplificado — Resistência dos Materiais

Semana	Data / Período	Aula / Atividade	Tema	Entrega
Semana 1	04/05/2026 a 08/05/2026	Aula 1	Introdução à Resistência dos Materiais e conceito de tensão	Disponibilização da Atividade Complementar 1
Semana 2	11/05/2026 a 15/05/2026	Aula 2	Carregamento axial e cisalhamento simples	Entrega da Atividade 1 + disponibilização da Atividade 2
Semana 3	18/05/2026 a 22/05/2026	Aula 3	Vetores em 3D, momento torçor e momento fletor	Entrega da Atividade 2 + disponibilização da Atividade 3
Semana 4	25/05/2026 a 29/05/2026	Aula 4	Torção em eixos circulares	Entrega da Atividade 3 + disponibilização da Atividade 4
Semana 5	01/06/2026 a 05/06/2026	AV1	Avaliação objetiva das Aulas 1 a 4	Entrega da Atividade 4 + Prova AV1
Semana 6	08/06/2026 a 12/06/2026	Aula 5	Flexão pura	Disponibilização da Atividade Complementar 5
Semana 7	15/06/2026 a 19/06/2026	Aula 6	Carregamento transversal	Entrega da Atividade 5 + disponibilização da Atividade 6 + disponibilização da Atividade Extra Ftool
Semana 8	22/06/2026 a 26/06/2026	Aula 7	Análise das tensões e deformações	Entrega da Atividade 6 + disponibilização da Atividade 7
Semana 9	29/06/2026 a 03/07/2026	Aula 8	Deflexão de vigas e flambagem de colunas	Entrega da Atividade 7 + disponibilização da Atividade 8
Semana 10	06/07/2026 a 10/07/2026	AV2	Avaliação objetiva das Aulas 5 a 8	Entrega da Atividade 8 + entrega opcional do Ftool + Prova AV2

Resumo das entregas

Entrega	Prazo	Valor
Atividade Complementar 1	Aula 2	1,0 ponto na AV1
Atividade Complementar 2	Aula 3	1,0 ponto na AV1
Atividade Complementar 3	Aula 4	1,0 ponto na AV1
Atividade Complementar 4	Dia da AV1	1,0 ponto na AV1
Atividade Complementar 5	Aula 6	1,0 ponto na AV2
Atividade Complementar 6	Aula 7	1,0 ponto na AV2
Atividade Complementar 7	Aula 8	1,0 ponto na AV2
Atividade Complementar 8	Dia da AV2	1,0 ponto na AV2
Atividade Extra — Ftool	Dia da AV2	até 1,0 ponto extra na AV2